LỌC TÍN HIỆU ĐO BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐA THỨC TRỰC GIAO
MEASURING SIGNAL FILTERING BY ORTHOGONAL POLYNOMINAL

TS. TRẦN SINH BIÊN
Khoa Điện - ĐTTB, Trường ĐHHH

***Tóm tắt**:*
Bài báo xem xét phương pháp phổ lọc tín hiệu đo với khả năng giảm khối lượng biến đổi tín hiệu bằng cách chuyển các hàm điều hòa sang dạng nhân hàm Dirac delta.

Abstract:
The paper sees to the method of measuring signal filtering spectrum basing on the ability to reduce the quantity of signal altering by transferring harmonic function to the nucleus form named Dirac Delta function.

1. Đặt vấn đề

Trong hệ thống đo lường và điều khiển tự động việc thu thập chính xác các thông số về trạng thái của các đối tượng bị điều khiển là rất cần thiết. Vì vậy việc xử lý các tín hiệu đo một cách nhanh chóng và chính xác đã thúc đẩy sự phát triển các phương pháp lọc mới. Bài báo tập trung nghiên cứu lý thuyết nhằm xây dựng bộ lọc tín hiệu đo bằng phương pháp đa thức trực giao.

2. Nội dung

Lọc tín hiệu đo lường chính là sự thay đổi có định hướng mối tương quan giữa các thành phần phổ tín hiệu. Cơ sở toán học để thực hiện điều này chính là việc nghiên cứu ứng dụng bộ tích phân Duamen cho mục đích lọc tín hiệu. Lọc tín hiệu bằng phương pháp số chính là xây dựng các hàm trọng số có dạng đáp ứng xung của bộ lọc và từ đó ứng dụng nhiều hơn cả là các hàm trọng số bậc thang hoặc rời rạc [1]. Sự hình thành hàm trọng số liên tục đòi hỏi sự phân tích các khả năng có thể đưa vào bộ tích phân Duamen. Bài báo trình bày vấn đề nghiên cứu việc thực hiện chu kỳ hoá tín hiệu trong kỹ thuật đo lường nhằm tìm kiếm các khả năng mới đáp ứng việc lọc tín hiệu đo dựa trên chuẩn hoá trực giao với cơ sở là dãy Furie.

Nhờ khả năng biểu diễn tín hiệu lối vào $U_{IN}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau$ tác động lên hệ tuyến tính tĩnh thông qua với toán tử D và đặc tính xung: $h(t-\tau) = D\delta(t-\tau)$ (trong đó $\delta(t-\tau)$ - hàm delta với thời gian trễ τ so với gốc tọa độ), cho phép xác định tín hiệu ở lối ra:

$$U_{OUT}(t) = D\int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot\delta(t-\tau)d\tau = \int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau \qquad (1)$$

Phổ tín hiệu lối ra:

$$U_{OUT}(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{OUT}(t)\cdot e^{-j\omega t}dt = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\cdot\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau\right]dt \qquad (2)$$

Trong biểu thức (2) , thay $t-\tau=\xi$, ta có:

$$U_{OUT}(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(\xi)e^{-j\omega\xi}d\xi\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau = K(j\omega)U_{IN}(j\omega) \qquad (3)$$

Trong đó: $U_{IN}(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau$ - phổ tín hiệu vào;

$K(j\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(\xi)e^{-j\omega\xi}d\xi$ - hệ số tần số truyền đạt của hệ thống.

Biến đổi Furie ngược biểu thức (3) ta được:

$$U_{OUT}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_{IN}(j\omega) K(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (4)$$

Từ (4) ta thấy, để xây dựng hàm trọng số $h(t-\tau)$ cần phải thực hiện vế phải của biểu thức (4) – có nghĩa là phổ của hàm trọng số. Như vậy sự thay đổi có định hướng $K(j\omega)$ có thể điều khiển phổ của hàm trọng số.

Việc lọc tín hiệu đo lường chính là sự thay đổi có định hướng mối tương quan giữa các thành phần phổ tín hiệu. Với sự dễ dàng thực hiện chu kỳ hoá tín hiệu trong kỹ thuật đo lường sẽ nảy sinh vấn đề tìm kiếm các khả năng mới đáp ứng việc lọc tín hiệu đo dựa trên chuẩn hoá trực giao với cơ sở là dãy Furie.

Việc lọc tín hiệu tuần hoàn $U_{IN}(t)$ với chu kỳ T được biễu diễn tổng quan bằng dãy Furie:

$$U_{IN}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m U_m(t) \quad (5)$$

Trong hệ tuyến tính các hàm lượng giác và hàm mũ không bị thay đổi hình dạng trong quá trình biến đổi. Nhân hai vế biểu thức (5) với hàm cơ sở $U_k(t)$ và tích phân hai vế theo thời gian ta được:

$$\int_0^T U_{IN}(t) U_k(t) dt = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \int_0^T U_m(t) U_k(t) dt = C_k \quad (6)$$

Việc chuẩn hoá trực giao cơ sở cho phép làm xuất hiện hiệu ứng ra của thành phần tần số tín hiệu vào $C_k U_k(t)$.

Sử dụng tổng N+1 phần tử của chuẩn hoá trực giao cơ sở cho tín hiệu điều khiển:

$$U_{CONTR}(t) = \sum_{k=0}^{N} U_k(t) \quad (7)$$

đảm bảo hiệu ứng ra có dạng tổng hữu hạn các thành phần của dãy (5). Thực vậy:

$$U_{OUT}(t) = \sum_{k=0}^{N} U_k(t) \int_0^T U_{IN}(\xi) U_k(\xi) d\xi =$$

$$= \sum_{k=0}^{N} U_k(t) \int_0^T \sum_{m=0}^{\infty} C_m U_m(\xi) U_k(\xi) d\xi = \sum_{m=0}^{N} C_m U_m(t) = U_{IN\_N} \quad (8)$$

đồng thời có các thành phần của dãy (5) với số thứ tự m > N bằng không (có nghĩa là đa thức trực giao chính là hiệu ứng hướng tới lọc tín hiệu).

Đối với dãy Furie lượng giác, từ (5) ta có:

$$U_{IN\_N}(t) = \sum_{m=-N}^{N} C_m e^{jm\omega_1 t}, \quad (9)$$

trong đó: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$.

Dãy Furie có dạng: $$U_{IN}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{jm\omega_1 t} \quad (10)$$

trong đó: $$C_m = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U_{IN}(t) e^{-jm\omega_1 t} \quad (11)$$

Khi thế biểu thức (11) vào (9) ta được:

$$U_{IN\_N}(t) = \sum_{m=-N}^{N} \left(\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U_{IN}(\xi) e^{-jm\omega_1\xi} d\xi\right) e^{jm\omega_1 t} =$$

$$= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U_{IN}(\xi)\left[\sum_{m=-N}^{N} e^{jm\omega_1(t-\xi)}\right] d\xi = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U_{IN}(\xi) \sum_{m=-N}^{N} e^{jmx} d\xi \qquad (12)$$

trong đó $x = \omega_1(t-\xi)$.

Mặt khác ta có:

$$D_N(x) = \sum_{m=-N}^{N} e^{jmx} = \frac{e^{j(N+1)x} - e^{-jNx}}{e^{jx}-1} = \frac{e^{j(N+\frac{1}{2})x} - e^{-j(N+\frac{1}{2})x}}{e^{j\frac{x}{2}} - e^{-j\frac{x}{2}}} = \frac{\sin(N+\frac{1}{2})x}{\sin\frac{x}{2}} \qquad (13)$$

Vì vậy: $$U_{OUT}(t) = U_{IN\_N}(t) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U_{IN}(\xi) D_N\left[\omega_1(t-\xi)\right] d\xi \qquad (14)$$

Hàm $D_N(x)$ là nhân thứ N của hàm Dirac delta, cho phép biểu diễn tổng thành phần $U_{IN\_N}(t)$ dưới dạng tích phân.

Biểu thức tích phân Dirac (14) là cơ sở để thực hiện các tính năng lọc của cơ sở chuẩn hoá trực giao. Thực vậy, kết quả tích phân biểu thức (14) cho hàm phụ thuộc bởi biến thời gian *t* và tham số *N*, vì vậy công thức $U_{OUT}(t) = U_{IN\_N}(t)$ xác định bởi giải tần số $\Delta f = Nf_1 = N/T_1$ đòi hỏi để thực hiện trong chế độ thời gian thực *t*, hoặc là xác định bởi số lượng sóng hài $N = \Delta f / f_1$ cần để thực hiện hàm $U_{IN\_N}(t)$.

Thực hiện tính năng lọc cơ sở đã trực chuẩn xác định bởi các khả năng tổng hợp nhân hàm Dirac (13) hoặc là khả năng tổng hợp đa thức với biên độ đều nhau trên cơ sở [2] mối tương quan:

$$\frac{\sin(N+\frac{1}{2})\alpha}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \sum_{k=1}^{N} \cos k\alpha + \frac{1}{2} \qquad (15)$$

Để thực hiện vế phải biểu thức (15) cần phải đồng bộ *N* máy phát dao động điều hòa với các tần số là bội số của nhau trong quá trình cộng những dao động này với biên độ bằng nhau với các góc lệch pha phù hợp. Yêu cầu về sự ổn định biên độ và pha của các thành phần dao động là một vấn đề phức tạp trong kỹ thuật. Vì lý do trên cần phải duy trì mối liên hệ chặt chẽ giữa các biên độ và pha của sóng hài tuần hoàn đầu tiên và thứ 2*N*+1 của hàm $D_N(x)$. Điều này làm cản trở việc thực hiện chính xác vế trái của biểu thức (15), nhất là khi thay đổi tần số lặp duy trì việc lọc tín hiệu $U_{IN}(t)$.

Việc tìm kiếm giải pháp giải quyết mâu thuẫn cần phải phân tích các khả năng chứa đựng trong biểu thức (15).

Tổng hợp đa thức với biên độ đều nhau (15) ta có:

$$U_{OUT}(t) = A_m \sum_{k=1}^{N} \cos(k\omega_1 t + \varphi_0) = \frac{A_m}{2}\left[\sum_{k=1}^{N} e^{j(k\omega_1 t+\varphi_0)} + \sum_{k=1}^{N} e^{-j(k\omega_1 t+\varphi_0)}\right] =$$

$$= \frac{A_m}{2} \cdot \frac{\sin \frac{N\omega_1 t}{2}}{\sin \frac{\omega_1 t}{2}} \cdot \left[e^{j(\frac{N+1}{2}\omega_1 t + \varphi_0)} + e^{-j(\frac{N+1}{2}\omega_1 t + \varphi_0)} \right] =$$

$$= A_m \cdot \frac{\sin \frac{N\omega_1 t}{2}}{\sin \frac{\omega_1 t}{2}} \cos(\frac{N+1}{2}\omega_1 t + \varphi_0) = K(t) \cdot A_m \cos(\frac{N+1}{2}\omega_1 t + \varphi_0) \qquad (16)$$

Từ đây suy ra khả năng thực hiện đa thức với biên độ đều nhau bởi dao động điều biến biên độ, với quy luật thay đổi:

$$A(t) = A_m \sin \frac{N\omega_1 t}{2} \Big/ \sin \frac{\omega_1 t}{2} \qquad (17)$$

trong đó A_m – biên độ dao động tần số mang $\frac{N+1}{2} f_1$.

Đồng thời trong biểu thức (16) chứa đựng thông tin về sự cần thiết thực hiện của bộ chuyển đổi tham số với toán tử hệ thống *K(t).* Khi tổng hợp thiết bị để thực hiện dao động điều biến biên độ (16) yêu cầu cơ bản chính là giữ được liên hệ chặt chẽ giữa các tham số của dao động sóng mang và quá trình điều chế. Vì vậy có thể đảm bảo bởi mạch có các tham số là điện trở. Sự thay đổi có chu kỳ hệ số truyền đạt *K(t)* trong khoảng thời gian $t = 2T_1 = 4\pi/\omega_1$ được thực hiện nhờ chuyển mạch các điện trở vào thời điểm mà giá trị tức thời của tín hiệu sóng mang bằng không.

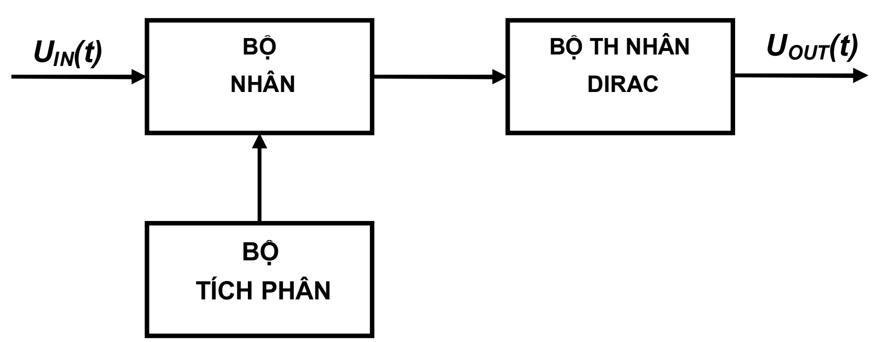
Cơ sở để thực hiện sự chuyển đổi:

$$K(t) = \sin \frac{N\omega_1 t}{2} \Big/ \sin \frac{\omega_1 t}{2}$$

là tính chất trong lý thuyết về khuếch đại thuật toán (KĐTT) với các phản hồi âm song song. Theo đó hệ số truyền đạt về điện áp của khuếch đại tỷ lệ $K_U = -R_2/R_1$, trong đó R_2 - điện trở nối giữa lối ra và lối vào đảo của KĐTT, còn R_1 - điện trở nối giữa lối vào đảo của KĐTT và lối vào [3].

Đặt hệ số truyền đạt *K(t)* của bộ chuyển đổi tỷ lệ chính xác nhờ sự ổn định của bộ điện trở phân áp. Điều này có nghĩa là công nghệ chế tạo các điện trở chính xác và ổn định cho phép nâng cao độ chính xác khi thực hiện đa thức với biên độ đều nhau, có nghĩa là cho phép nâng cao độ chính xác khi thực hiện việc lọc tín hiệu đo lường.

Thực hiện hàm $U_{OUT}(t)$ có thể được đảm bảo bởi thiết bị có sơ đồ khối như hình 1.



Hình 1. Sơ đồ khối bộ lọc tín hiệu

Tạo nhân Dirac bằng sự thay đổi *N* trong một dải rộng đảm bảo sự lọc tín hiệu $U_{IN}(t)$.

Thực vậy, tạo $D_{N\max}(t)$ bằng cách lựa chọn $N = N_{\max}$ đảm bảo nhận được

$U_{OUT\_LPF}(t) = U_{IN\_N\max}(t)$ với số lượng nhất định các phần tử của đa thức biên độ đều nhau tạo thành nhân Dirac và điều này dẫn đến các phần tử của dãy Furie (10) với số thứ tự $m > N_{\max}$ bằng không. Có nghĩa là loại bỏ phổ của tín hiệu $U_{IN}(t)$ với tần số cao, giữ lại phổ của tín hiệu $U_{IN}(t)$ với tần số thấp (bộ lọc tần số thấp LPF – Low Pass Filter).

Trong giải tần số của bộ lọc tần số thấp LPF mối tương quan giữa các thành phần tần số của $U_{IN}(t)$ và $U_{IN\_N\max}(t)$ đảm bảo độ chính xác tương ứng với độ chính xác của bộ tạo nhân Dirac và bộ tích phân. Tạo $U_{IN\_N\min}(t)$ khi $N = N_{\min}$ đảm bảo nhận được $U_{OUT\_HPF}(t) = U_{IN}(t) - U_{IN\_N\min}(t)$ (bộ lọc tần số cao HPF – High Pass Filter) với việc loại bỏ phổ của tín hiệu $U_{IN}(t)$ với tần số thấp.

Để đảm bảo hiệu ứng lọc giải thông (GTF) cần phải có:

$U_{OUT\_GTF}(t) = U_{OUT\_HPF}(t) - [U_{IN}(t) - U_{OUT\_LPF}(t)]$

Có nghĩa là tạo hàm cơ sở

$$D_{N\_GTF}(x) = D_{\max}(x) - D_{\min}(x) = \frac{\sin(N_{\max} + \frac{1}{2})x - \sin(N_{\min} + \frac{1}{2})x}{2\sin\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{\sin\frac{(N_{\max} - N_{\min})x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \cdot \cos\frac{(N_{\max} + N_{\min} + 1)x}{2} \qquad (18)$$

Khi $N_{\max} = N_{\min} + 1$, từ biểu thức (18) ta có:

$$D_N(x) = \frac{\sin\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \cdot \cos(N_{\min} + 1)x = \cos N_{\max} x = \cos[N_{\max} \cdot \omega_1 (t - \xi)]$$

Và vì vậy trong trường hợp giới hạn bộ lọc giải thông tín hiệu ra là dao động điều hoà tần số $f_{GTF} = N_{\max} f$.

3. Kết luận

Việc thực hiện chu kỳ hoá tín hiệu trong kỹ thuật đo lường tương đối dễ dàng nên vấn đề tìm kiếm các khả năng mới đáp ứng việc lọc tín hiệu đo dựa trên chuẩn hoá trực giao với cơ sở là dãy Furie có tính khả thi cao.Tiến hành khảo sát cho kết luận trên nguyên tắc về khả năng lọc tín hiệu đo bằng cách chuyển các hàm điều hoà sang dạng nhân hàm Dirac. Việc thực hiện dưới dạng dao động điều biến biên độ cho phép đảm bảo độ chính xác lọc nhiễu trong khi sử dụng ít số thiết bị. Để hiện thực hoá vấn đề nghiên cứu ở trên và xây dựng bộ lọc tín hiệu bằng phương pháp số sẽ được trình bày trong bài báo sau.

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

[1] Гутников В.С. *Фильтрация измерительных сигналов.* Энергоатомиздат, Ленинградское отделение. Ленинград. 1990.

[2] Двайт Г.Б. *Таблицы интегралов и другие математические формулы.* “Наука”, М. 1973.

[3] Гутников В.С. *Методы реализации специальных весовых функций в измерительных устройствах. “Измерения, контроль, автоматизация”*. 1983.

Người phản biện: TS. Lưu Kim Thành