



Hình 3. Ảnh hưởng của vận tốc chi tiết đến độ nhám, R_{max} khi mài với vận tốc đá v_d khác nhau và $s = 2 \text{ mm/vg}$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Trần Văn Địch, *Nguyên lý cắt kim loại*, Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội. 2009
- [2] Bành Tiến Long, Trần Thế Lực, Trần Sỹ Túy, *Nguyên lý gia công vật liệu*. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật. Hà Nội. 2001.
- [3] Nguyễn Đắc Lộc, Lê Văn Tiến, Ninh Đức Tồn, Trần Xuân Việt, *Công nghệ chế tạo máy*, Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội. 2010.
- [4] Bradin H. *Vergleichende untersuchung zwischen Pedel-und Tiefschleifen*, TZ. Fur Paractische metallbearbeitung, 71, N0.1. 1997
- [5] S.Malkin B.S., M.S., Sc.D, *Grinding technology, Theory and Application of Machining with Abrasives*, Ellis horwood limited. 1989.
- [6] Farmer, D.A, Brecker J.N, *Study of the finished produced in surface grinding*, Proc. Instn Mech. Engrs. 1966.

Người phản biện: PGS.TS. Nguyễn Đại An

ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC PHÂN TÍCH ĐIỀU HÒA THỦY TRIỀU THEO PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG NHỎ NHẤT EVALUATING ACCURACY OF TIDAL HARMONIC ANALYSIS ACCORDING TO LEAST SQUARES METHOD

TS. PHẠM KỲ QUANG
Viện Đào tạo SDH, Trường ĐHHH

Tóm tắt

Trong bài báo đưa ra việc đánh giá độ chính xác phân tích điều hòa thủy triều theo phương pháp bình phương nhỏ nhất. Trên cơ sở kết quả này có thể xây dựng chương trình tính toán chính xác thủy triều góp phần nâng cao độ tin cậy an toàn hàng hải.

Abstract

In this article, we introduced the accuracy of tidal harmonic analysis according to least squares method. The result of tidal analysis built up on this method can set up a accurate calculation program for tide to raise the reliability of safety navigation.

Keywords: harmonic constants, tide, tidal current, least squares method.

1. Đặt vấn đề

Khi có n độ cao mực nước quan trắc Z_t tại thời điểm bất kỳ, nhiệm vụ của phân tích thủy triều là xác định bộ gồm r cặp hằng số điều hòa không đổi H và g cho mỗi địa điểm đã chọn. Xét cả ảnh hưởng điều kiện địa phương đến biên độ thì độ cao mực nước quan trắc có thể viết [1]:

$$Z_t = A_0 + \sum_{i=1}^r f_i H_i \cos[q_i t - (V_0 + u)_i - g_i] \quad (1)$$

Trong đó: A_0 - độ cao mực nước trung bình; i - sóng triều thứ i ; R - biên độ sóng và tính theo công thức $R = fH$; H - biên độ trung bình của sóng phụ thuộc vào điều kiện địa lý và không đổi với một vị trí đã chọn; f - hệ số suy giảm phụ thuộc vào điều kiện thiên văn và được tính theo quy luật chuyển động của các thiên thể; q - vận tốc góc của sóng triều (không phụ thuộc vào điều kiện địa lý và không thay đổi đối với mỗi sóng); t - giờ mặt trời trung bình; ξ - pha ban đầu của sóng triều và tính theo công thức: $\xi = (V_0 + u) - g$, trong đó: $(V_0 + u)$ - được coi là đối số thiên văn ban đầu, tính theo qui luật chuyển động của các thiên thể và tính từ 0 giờ ngày quan trắc đầu tiên; g - góc vị của sóng triều, phụ thuộc vào điều kiện địa lý và không đổi với một địa điểm đã chọn.

Theo phương pháp bình phương nhỏ nhất, biến đổi phương trình (1) thành dạng [1]:

$$Z_t = A_0 + \sum_{i=1}^r (A_i \cos q_i t + B_i \sin q_i t) \quad (2)$$

Trong đó: $A_i = f_i H_i \cos[g_i - (V_0 + u)]$, $B_i = f_i H_i \sin[g_i - (V_0 + u)]$ và xác định các ẩn số của những phương trình (2) sao cho đảm bảo điều kiện:

$$\sum_{t=t_1}^{t_n} \left\{ Z_t - A_0 - \sum_{i=1}^r [(a_i)_t X_i + (b_i)_t Y_i] \right\}^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Để thỏa mãn điều kiện (3) sẽ cho một hệ gồm $(2r + 1)$ phương trình đại số tuyến tính (hệ phương trình chính tắc), trong đó: r - số các sóng triều được phân tích (từ sóng triều M_2 đến sóng triều cuối cùng, ký hiệu W):

2. Độ chính xác phân tích điều hòa thủy triều theo phương pháp bình phương nhỏ nhất

Độ chính xác của dự tính thủy triều được đặc trưng bởi độ lệch bình phương trung bình giữa mực nước từng giờ dự tính và mực nước quan trắc, được xác định theo công thức [2]:

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}} \quad (4)$$

Trong đó: v - hiệu số giữa mực nước dự tính và mực nước quan trắc; n - số lượng quan trắc; $[]$ - dấu lấy tổng theo thời gian từ $t_1 \rightarrow t_n$.

Với số n đủ lớn thì giá trị m_z sẽ chính là sai số bình phương trung bình của dự tính thủy triều. Hơn nữa, nếu đem so sánh mực nước dự tính và mực nước thực đo của thủy triều thực hiện trong toàn bộ chu kỳ quan trắc đã được dùng để phân tích điều hòa, thì tổng bình phương các độ lệch $[vv]$ có thể tính thông qua các hệ số của một trong hai phương trình chuẩn tắc sau [2]:

$$[vv] = [ZZ] - nA_0^2 - [a_{M_2} Z] X_{M_2} - [b_{M_2} Z] Y_{M_2} - [a_{S_2} Z] X_{S_2} - \Lambda - [b_W Z] Y_W$$

hoặc:

$$[vv] = [ZZ] - nA_0^2 + \frac{[a_{M_2} Z 1]}{[a_{M_2} a_{M_2} 1]} + \frac{[b_{M_2} Z 2]}{[b_{M_2} b_{M_2} 2]} + \frac{[a_{S_2} Z 3]}{[a_{S_2} a_{S_2} 3]} + \Lambda + \frac{[b_W Z . 2r]}{[b_W b_W . 2r]}$$

Trong đó:

$$\begin{aligned}
[a_{M_2} Z1] &= [a_{M_2} Z] - \frac{[a_{M_2} \llbracket z \rrbracket]}{n}; [a_{M_2} a_{M_2} 1] = [a_{M_2} a_{M_2}] - \frac{[a_{M_2} \llbracket a_{M_2} \rrbracket]}{n}, \\
[b_{M_2} Z2] &= [b_{M_2} Z1] - \frac{[a_{M_2} b_{M_2} 1 \llbracket a_{M_2} Z1 \rrbracket]}{[a_{M_2} a_{M_2} 1]}; [b_{M_2} Z1] = [b_{M_2} Z] - \frac{[a_{M_2} b_{M_2} \llbracket a_{M_2} Z \rrbracket]}{[a_{M_2} a_{M_2}]}, \\
[a_{M_2} b_{M_2} 1] &= [a_{M_2} b_{M_2}] - \frac{[a_{M_2} \llbracket b_{M_2} \rrbracket]}{n}; [b_{M_2} b_{M_2} 2] = [b_{M_2} b_{M_2} 1] - \frac{[a_{M_2} b_{M_2} 1 \llbracket a_{M_2} b_{M_2} 1 \rrbracket]}{[a_{M_2} a_{M_2} 1]}, \\
[b_{M_2} b_{M_2} 1] &= [b_{M_2} b_{M_2}] - \frac{[a_{M_2} b_{M_2} \llbracket a_{M_2} b_{M_2} \rrbracket]}{[a_{M_2} a_{M_2}]}; [a_{S_2} Z3] = [a_{S_2} Z2] - \frac{[b_{M_2} a_{S_2} 2 \llbracket b_{M_2} Z2 \rrbracket]}{[b_{M_2} b_{M_2} 2]}, \dots
\end{aligned}$$

Sử dụng thủ thuật của phương pháp bình phương tối thiểu, xác độ chính xác mực nước trung bình và các hằng số điều hòa thủy triều [2] theo hệ (5) và (6):

$$\begin{cases}
m_{A_0}^2 = -f_{11} m_0^2 \\
m_{M_2}^2 = -(f_{22} \cos^2 g_{M_2} + f_{23} \sin 2g_{M_2} + f_{33} \sin^2 g_{M_2}) m_0^2 \\
m_{S_2}^2 = -(f_{44} \cos^2 g_{S_2} + f_{45} \sin 2g_{S_2} + f_{55} \sin^2 g_{S_2}) m_0^2 \\
\vdots \\
m_W^2 = -(f_{2r2r} \cos^2 g_W + f_{2r(2r+1)} \sin 2g_W + f_{(2r+1)(2r+1)} \sin^2 g_W) m_0^2
\end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases}
m_{g_{M_2}}^2 = \frac{-1}{H_{M_2}^2 (f_{22} \sin^2 g_{M_2} - f_{23} \sin 2g_{M_2} + f_{33} \cos^2 g_{M_2})} m_0^2 \\
m_{g_{S_2}}^2 = \frac{-1}{H_{S_2}^2 (f_{44} \sin^2 g_{S_2} - f_{45} \sin 2g_{S_2} + f_{55} \cos^2 g_{S_2})} m_0^2 \\
\vdots \\
m_{g_W}^2 = \frac{-1}{H_W^2 (f_{2r2r} \sin^2 g_W - f_{2r(2r+1)} \sin 2g_W + f_{(2r+1)(2r+1)} \cos^2 g_W)} m_0^2
\end{cases} \quad (6)$$

Trong đó: $f_{11}, f_{22}, f_{23}, f_{33}, \dots, f_{(2r+1)(2r+1)}$ - những hệ số tỷ trọng, được tính từ các phương trình tỷ trọng; m_0 - sai số bình phương trung bình của một số đo, được xác định theo biểu thức:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2r-1}}.$$

Những phương trình tỷ trọng thiết lập theo dạng phương trình chuẩn tắc và có cùng những hệ số. Khác với những phương trình chuẩn tắc, những số hạng tự do của các phương trình tỷ trọng bằng không hoặc bằng đơn vị. Để tính được tất cả các hệ số tỷ trọng phải thiết lập và giải $(2r+1)$ nhóm các phương trình tỷ trọng, mỗi nhóm đó gồm $(2r+1)$ phương trình lập thành một hệ [2]. Trong hệ có một phương trình theo tuần tự có số hạng tự do bằng đơn vị, còn các phương trình khác có số hạng tự do bằng không.

- Hệ phương trình tỷ trọng thứ nhất:

$$\begin{cases}
nf_{11} + [a_{M_2}]f_{12} + [b_{M_2}]f_{13} + [a_{S_2}]f_{14} + \Lambda + [b_W]f_{1(2r+1)} + 1 = 0 \\
[a_{M_2}]f_{11} + [a_{M_2} a_{M_2}]f_{12} + [a_{M_2} b_{M_2}]f_{13} + [a_{M_2} a_{S_2}]f_{14} + \Lambda + [a_{M_2} b_W]f_{1(2r+1)} = 0 \\
\vdots \\
[b_W]f_{11} + [a_{M_2} b_W]f_{12} + [b_{M_2} b_W]f_{13} + [a_{S_2} b_W]f_{14} + \Lambda + [b_W b_W]f_{1(2r+1)} = 0
\end{cases}$$

- Hệ phương trình tỷ trọng thứ hai:

$$\begin{cases} nf_{12} + [a_{M_2}]f_{22} + [b_{M_2}]f_{23} + [a_{S_2}]f_{24} + \Lambda + [b_W]f_{2(2r+1)} = 0 \\ [a_{M_2}]f_{12} + [a_{M_2}a_{M_2}]f_{22} + [a_{M_2}b_{M_2}]f_{23} + [a_{M_2}a_{S_2}]f_{24} + \Lambda + [a_{M_2}b_W]f_{2(2r+1)} + 1 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ [b_W]f_{12} + [a_{M_2}b_W]f_{22} + [b_{M_2}b_W]f_{23} + [a_{S_2}b_W]f_{24} + \Lambda + [b_Wb_W]f_{2(2r+1)} = 0 \end{cases}$$

- Hệ phương trình tỷ trọng thứ (2r+1):

$$\begin{cases} nf_{1(2r+1)} + [a_{M_2}]f_{2(2r+1)} + [b_{M_2}]f_{3(2r+1)} + \Lambda + [b_W]f_{(2r+1)(2r+1)} = 0 \\ [a_{M_2}]f_{1(2r+1)} + [a_{M_2}a_{M_2}]f_{2(2r+1)} + [a_{M_2}b_{M_2}]f_{3(2r+1)} + \Lambda + [a_{M_2}b_W]f_{(2r+1)(2r+1)} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ [b_W]f_{1(2r+1)} + [a_{M_2}b_W]f_{2(2r+1)} + [b_{M_2}b_W]f_{3(2r+1)} + \Lambda + [b_Wb_W]f_{(2r+1)(2r+1)} + 1 = 0 \end{cases}$$

Việc giải các hệ phương trình tỷ trọng, những hệ số tỷ trọng không bình phương được xác định mỗi hệ số hai lần (từ hai nhóm phương trình). Lập và giải các hệ phương trình trên máy tính không quá khó khăn vì ở đây thực ra là lặp lại nhiều lần việc giải phương trình chuẩn tắc với các số hạng tự do không đổi.

Việc xác định các hằng số điều hòa có thể thực hiện bằng phương pháp gần đúng và đơn giản hơn nhiều. Có thể chọn một thời kỳ quan trắc mực nước sao cho qua khoảng thời gian đó tất cả các sóng triều thay đổi một số nguyên lần chu kỳ triều. Trong trường hợp này biểu thức của các hệ số của những phương trình chuẩn tắc và các hệ số tỷ trọng tương ứng sẽ đơn giản đi nhiều. Hơn nữa, nếu chấp nhận hệ số suy biến của tất cả các sóng triều bằng đơn vị, các hệ số tỷ trọng có thể biểu diễn dưới dạng [2]:

$$f_{11} = -\frac{1}{n}; \quad f_{22} = f_{33} = \Lambda = f_{(2r+1)(2r+1)} = -\frac{2}{n};$$

$$f_{12} = f_{13} = f_{23} = \Lambda = f_{2r(2r+1)} = 0.$$

Tương ứng biểu thức đối với sai số bình phương trung bình của mực nước trung bình và các hằng số điều hòa cũng sẽ đơn giản hơn:

$$m_{A_0} = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n}}; \quad m_{M_2} = m_{S_2} = \Lambda \quad m_W = \pm \sqrt{\frac{2}{n}}m_0; \quad m_{g_i} = \pm \sqrt{\frac{2}{n}} \frac{m_0}{H_i}.$$

3. Kết luận

Quá trình đánh giá độ chính xác phân tích chi tiết điều hòa thủy triều theo phương pháp bình phương nhỏ nhất chỉ đúng đắn trong trường hợp nếu như chu kỳ quan trắc mực nước thỏa mãn

các điều kiện $n \geq \frac{360^0}{q_i - q_j}$, trong đó: q_i, q_j - các tốc độ góc của các sóng triều, tính bằng độ/giờ và

chỉ ra rằng: Những biên độ các sóng triều tính theo phương pháp bình phương nhỏ nhất có độ chính xác như nhau, còn độ chính xác khi tính các góc vị phụ thuộc vào biên độ của sóng triều. Đối với những sóng triều có biên độ lớn hơn thì các góc vị tính được sẽ chính xác hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] TS. Đinh Xuân Mạnh, TS. Phạm Kỳ Quang. *Phân tích điều hòa thủy triều theo phương pháp bình phương nhỏ nhất*. Tạp chí Khoa học - Công nghệ Hàng hải, số 30, 2012, tr. 13 - 15.
[2] Phạm Văn Huân. *Động lực học biển*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2002.

Người phản biện: **ThS. Nguyễn Thái Dương**