

**XÂY DỰNG MÔ HÌNH XE NHIỀU CẦU THEO NGUYÊN LÝ JOURDAINS  
PHỤC VỤ PHÂN TÍCH ĐỘNG LỰC HỌC TRONG CÁC HỆ MÔ PHÒNG  
USING JOURDAINS PRINCIPLE TO BUILD A MODEL OF MULTIAXLE  
VEHICLES FOR DYNAMICS ANALYSIS IN SIMULATIONS SYSTEMS**

**ThS. NGUYỄN XUÂN DŨNG, PGS.TS. LÊ KỶ NAM, TS. NGUYỄN HOÀNG THANH**  
*Học viện Kỹ thuật Quân sự - BQP*

**Tóm tắt:**

*Bài báo trình bày phương pháp xây dựng mô hình toán học mô tả động lực học quay vòng không gian của xe nhiều cầu theo nguyên lý Jourdain. Mô hình sử dụng để phân tích động lực học trong các hệ mô phỏng.*

**Abstract:**

*The paper presents the designing method of the three-dimensional mathematical directional dynamic model of multi-axle vehicle using Jourdain's principle. The model is utilised for dynamics analysis of the simulations systems.*

**1. Đặt vấn đề:**

Với các mô hình khảo sát động lực học đơn giản (chuyển động thẳng 1D, quay vòng phẳng 2D...) thường coi toàn bộ xe là một vật rắn duy nhất kèm theo các giả thiết đơn giản hóa mô hình. Ưu điểm của các mô hình này là thu được mô hình toán tương đối đơn giản và dễ dàng giải được bằng phương pháp số. Tuy nhiên kết quả khảo sát mô hình này còn nhiều sai khác với thực tế. Để khảo sát bài toán động lực học quay vòng không gian, phải xây dựng mô hình xe trên cơ sở hệ nhiều vật rắn chịu liên kết động học và liên kết vật lý (phần tử đàn hồi, giảm chấn...). Trong những năm gần đây, nghiên cứu về động lực học chuyển động của ô tô theo quan điểm cơ hệ nhiều vật phát triển mạnh mẽ nhờ sự phát triển nhanh chóng của công nghệ máy tính và sự hoàn thiện của phương pháp tính số. Có nhiều phương pháp để thành lập hệ phương trình vi phân mô tả chuyển động của hệ vật rắn. Phổ biến là xây dựng trực tiếp bằng các phương trình Newton - O'le hoặc bằng phương pháp cơ học Lagrăng. Tuy các phương pháp xây dựng là tương đương nhau, nhưng tùy thuộc cấu trúc của các hệ khác nhau mà mỗi phương pháp có lợi thế riêng. Hệ phương trình vi phân cấp hai mô tả cấu trúc của hệ thống thường là hệ phi tuyến và có kích thước rất lớn nhất là đối với xe nhiều cầu. Vì vậy, khi xây dựng cho các hệ mô phỏng, khối lượng tính toán sẽ rất lớn. Với hệ xe có đặc thù các khối bánh xe, cầu xe dao động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng tĩnh trong quá trình chuyển động thì xây dựng theo nguyên lý Jourdain có nhiều lợi thế trong tính toán, rất phù hợp để áp dụng trong các hệ mô phỏng.

**2. Xây dựng mô hình động lực học quay vòng theo nguyên lý Jourdain.**

Tùy thuộc vào kết cấu của hệ thống treo, xe được phân chia thành hệ vật bao gồm: thân xe, khối bánh xe (với hệ thống treo độc lập), các cầu xe (với hệ thống treo phụ thuộc hoặc cân bằng) và các bánh xe. Thân xe là phần khối lượng được treo. Bánh xe là phần khối lượng tham gia chuyển động quay riêng quanh trục bánh xe còn khối bánh xe là phần khối lượng còn lại không tham gia theo chuyển động quay này (guốc phanh, vỏ cầu). Khối bánh xe liên kết với thân xe thông qua các phần tử của hệ thống treo và hệ thống lái (với các bánh xe dẫn hướng). Bánh xe liên kết với khối bánh xe hoặc cầu xe thông qua khớp quay bản lề. Thân xe có 6 bậc tự do với tọa độ suy rộng ký hiệu là  $y_T$ , mỗi khối bánh xe có 1 bậc tự do dịch chuyển theo hệ thống treo với tọa độ suy rộng ký hiệu là  $y_\alpha$ , mỗi bánh xe có 1 bậc tự do quay quanh trục quay riêng với tọa độ suy rộng ký hiệu là  $y_\omega$ , còn hệ thống lái có thêm 1 bậc tự do với tọa độ suy rộng ký hiệu là  $U_L$ . Trong hệ chung, gọi tọa độ suy rộng là  $y$ , vận tốc suy rộng là  $Z$  được biểu diễn tương ứng thông qua các khối thành phần:

$$y = [y_T^T \ y_\alpha^T \ y_\omega^T \ U_L]^T; \quad Z = [Z_T^T \ Z_\alpha^T \ Z_\omega^T \ \dot{U}_L]^T \quad (1)$$

Trong (1),  $\mathbf{y}_T, \mathbf{Z}_T$  là tọa độ và vận tốc suy rộng của thân xe,  $\mathbf{y}_\alpha, \mathbf{Z}_\alpha$  là tọa độ và vận tốc suy rộng của dịch chuyển theo hệ thống treo,  $\mathbf{y}_\omega, \mathbf{Z}_\omega$  là tọa độ và vận tốc suy rộng của chuyển động quay riêng quanh trục bánh xe, còn  $\mathbf{U}_L, \dot{\mathbf{U}}_L$  là tọa độ và vận tốc suy rộng của chuyển động của hệ thống lái. Toàn bộ 6 thành phần tọa độ suy rộng của thân xe được xét trong hệ tọa độ cố định gắn với mặt đất, các thành phần tọa độ và vận tốc suy rộng còn lại được xét trong hệ tọa độ đi động gắn với thân xe. Do đó theo [1] có quan hệ giữa tọa độ suy rộng và vận tốc suy rộng:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Z} \quad (2)$$

Với  $\mathbf{K}$  là ma trận động học được xác định:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_T & \mathbf{0}_{6 \times (f-6)} \\ \mathbf{0}_{(f-6) \times 6} & \mathbf{E}_{(f-6)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ma trận khối  $\mathbf{K}_T$  (6x6) ứng với 6 bậc tự do của thân xe chứa các ma trận chuyển:

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{0T} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{G}_{0T} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Nguyên lý Jourdain sử dụng các khái niệm vận tốc khả dĩ, công suất... được phát biểu: *“Tổng công suất nguyên tố của tất cả các lực và mô men liên kết tác dụng trong hệ trong mọi di chuyển ảo phù hợp với liên kết tại thời điểm đang xét phải bằng 0”*. Trong hệ cơ học gồm k vật rắn, f bậc tự do theo [4] xây dựng được hệ phương trình vi phân bậc nhất dạng ma trận:

$$\mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{Q} \quad (5)$$

Trong (5)  $\mathbf{M}$  là ma trận quán tính cỡ  $f \times f$  được biểu diễn thông qua các ma trận khối thành phần tương ứng:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{TT} & \mathbf{M}_{T\alpha}^T & \mathbf{M}_{T\omega}^T & \mathbf{M}_{TL}^T \\ \mathbf{M}_{T\alpha} & \mathbf{M}_{\alpha\alpha} & \mathbf{M}_{\alpha\omega}^T & \mathbf{M}_{\alpha L}^T \\ \mathbf{M}_{T\omega} & \mathbf{M}_{\alpha\omega} & \mathbf{M}_{\omega\omega} & \mathbf{M}_{\omega L}^T \\ \mathbf{M}_{TL} & \mathbf{M}_{\alpha L} & \mathbf{M}_{\omega L} & \mathbf{M}_{LL} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Các thành phần của ma trận quán tính xác định nhờ công thức vi phân toàn phần:

$$\mathbf{M}_{pq} = \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{0i,0}^T}{\partial \mathbf{Z}_p} m_i \frac{\partial \mathbf{v}_{0i,0}}{\partial \mathbf{Z}_q} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{0i,0}^T}{\partial \mathbf{Z}_p} \mathbf{T}_{Si,0} \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{0i,0}}{\partial \mathbf{Z}_q} \right\} \quad (7)$$

Còn  $\mathbf{Q}$  là véc tơ lực suy rộng cỡ  $f \times 1$  cũng gồm các khối thành phần tương ứng với các tọa độ suy rộng:

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_T^T \ \mathbf{Q}_\alpha^T \ \mathbf{Q}_\omega^T \ \mathbf{Q}_L^T]^T \quad (8)$$

Các thành phần của  $\mathbf{Q}$  được tính:

$$\mathbf{Q}_p = \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{0i,0}^T}{\partial \mathbf{Z}_p} [\mathbf{F}_{i,0}^e - m_i \mathbf{a}_{0i,0}^R] + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{0i,0}^T}{\partial \mathbf{Z}_p} [\mathbf{M}_{i,0}^e - \mathbf{T}_{Si,0} \boldsymbol{\alpha}_{0i,0}^R - \boldsymbol{\omega}_{0i,0} \times \mathbf{T}_{Si,0} \boldsymbol{\omega}_{0i,0}] \right\} \quad (9)$$

Kết hợp (1) và (5) sẽ thu được hệ phương trình vi phân mô tả động lực học quay vòng của toàn hệ:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Z} \\ \mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{Q} \end{cases} \quad (10)$$

Như vậy, khi áp dụng nguyên lý Jourdain sẽ thu được hệ  $2f$  phương trình vi phân bậc nhất. Nhận thấy, hệ (10) là phi tuyến vì các ma trận  $\mathbf{M}$  và  $\mathbf{K}$  đều thay đổi theo thời gian. Hệ trên nếu xây dựng theo phương pháp Lagrăng truyền thống sẽ có dạng:

$$\mathbf{M}^* \cdot \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{y} = \mathbf{Q}^* \quad (11)$$

Các ma trận thành phần trong (11) được xác định:

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{K}^{-1T} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1}; \quad \mathbf{R}^* = \mathbf{K}^{-1T} \cdot \mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{K}}; \quad \mathbf{Q}^* = \mathbf{K}^{-1T} \cdot \mathbf{Q} \quad (12)$$

Hệ (12) là hệ  $f$  phương trình vi phân bậc hai. Đây cũng là hệ phi tuyến vì  $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{R}^*$  cũng thay đổi theo thời gian. Hệ (10) và (12) là tương đương nhau. Tuy nhiên, trong các ma trận quán tính liên kết của thân xe với chuyển động quay quanh trục bánh xe và chuyển động theo hệ thống lái chứa nhiều giá trị  $\mathbf{0}$ , các thành phần còn lại có giá trị nhỏ. Vì vậy, ảnh hưởng liên kết quán tính của các chuyển động này đối với toàn hệ thống là không nhiều nên một cách gần đúng có thể tách chuyển động quay riêng của các bánh xe và chuyển động của hệ thống lái ra khỏi hệ thống chung. Khi đó hệ (10) có thể được tách thành ba hệ xây dựng một cách độc lập:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{Z}_1 & ; \quad J_{\gamma\gamma} \cdot \ddot{\gamma} = \mathbf{Q}_\omega \\ \mathbf{M}_1 \cdot \dot{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{Q}_1 & ; \quad \mathbf{M}_{LL} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_L = \mathbf{Q}_L \end{cases} \quad (13)$$

Trong (13)  $\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_T^T & \mathbf{y}_\alpha^T \end{bmatrix}^T$ ,  $\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_T^T & \mathbf{Z}_\alpha^T \end{bmatrix}^T$ ,  $\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{2n} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{TT} & \mathbf{M}_{T\alpha}^T \\ \mathbf{M}_{T\alpha} & \mathbf{M}_{\alpha\alpha} \end{bmatrix}$

và  $\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_T^T & \mathbf{Q}_\alpha^T \end{bmatrix}^T$ , còn  $J_{\gamma\gamma}$  là mô men quán tính của bánh xe quanh trục quay riêng.

*Nhận xét:*

- Hệ phương trình thứ hai và thứ ba của (13) là tuyến tính ( $J_{\gamma\gamma}$ ,  $\mathbf{M}_{LL} = const$ ).

- Do đặc thù của của hệ xe, các bánh xe, cầu xe dao động xung quanh vị trí cân bằng tĩnh trong quá trình chuyển động. Các dao động này là nhỏ so với chuyển động chung của toàn xe nên một cách gần đúng có thể coi  $\mathbf{M}_1 = const$ . Vì vậy, phương trình thứ hai của hệ đầu tiên trong (13) đã được tuyến tính hóa. Do đó hệ đầu tiên trong (13) chỉ còn phương trình đầu tiên là phi tuyến. Vì vậy sau mỗi bước tính chỉ phải tính lại giá trị ma trận  $\mathbf{K}_T$ . Các ma trận quán tính chỉ phải tính một lần trong giai đoạn khởi tạo. Còn trong hệ (11), các ma trận hệ số đều chứa thành phần phi tuyến mạnh  $\mathbf{K}$  nên không thể tuyến tính hoá chúng được.

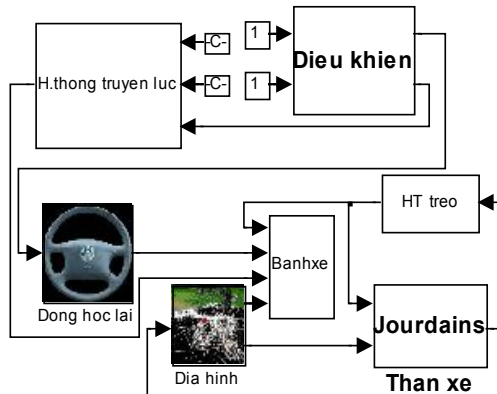
Việc xấp xỉ (10) bằng ba hệ (13) tuy làm giảm mức độ chính xác của mô hình nhưng đem lại nhiều lợi thế trong tính toán khi giải bằng phương pháp số và trong xây dựng mô hình tính toán. So sánh giữa hai phương pháp đưa ra trong bảng 1.

**Bảng 1. So sánh các thông số tính toán giữa phương pháp Jourdain và Lagrăng.**

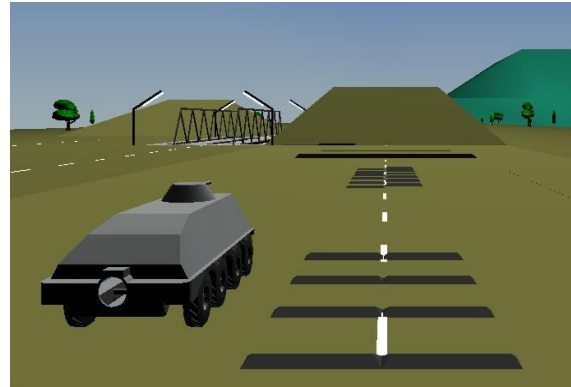
| Thông số   | Phương pháp Jourdain               | Phương pháp Lagrăng             |
|--|------------------------------------|---------------------------------|
| Loại hệ phương trình vi phân   | Bậc nhất (phi tuyến và tuyến tính) | Bậc hai phi tuyến               |
| Số lượng phương trình vi phân  | $2f$                               | $f$                             |
| Ma trận gây phi tuyến  | $\mathbf{K}_T$                     | $\mathbf{M}^*$ , $\mathbf{R}^*$ |
| Số phần tử phải tính lại trong các ma trận gây phi tuyến sau mỗi bước tính | 18                                 | $2f^2$                          |

Qua so sánh cho thấy, nếu hệ chỉ gồm một vật thì khối lượng tính toán của hai phương pháp sẽ như nhau. Với xe hai cầu, hệ thống treo độc lập ( $f = 15$ ), số lượng phần tử phải tính sau mỗi bước tính là 450 phần tử, còn với xe bốn cầu ( $f = 23$ ) thì phải tính 1058 phần tử. Như vậy, lợi thế của phương pháp Jourdain càng lớn khi hệ càng nhiều vật, số bậc tự do lớn.

### 3. Mô hình tính toán và kết quả mô phỏng



Hình 1: Mô hình tính toán xây dựng trong MATLAB - Simulink.



Hình 2: Mô phỏng quay vòng không gian trong Virtual Reality Toolbox - MATLAB

Để minh họa, xây dựng mô hình động lực học chuyển động cho xe bọc thép БТР-60ПБ. Đây là xe bọc thép 4 cầu chủ động, hệ thống treo độc lập. Các thông số của xe cho trong bảng 2. Mô hình động lực học chuyển động của xe được xây dựng và giải trong MATLAB Simulink (hình 1). Mô hình gồm ba khối riêng biệt cơ bản thể hiện hệ phương trình (13) (khối thân xe, khối hệ thống truyền lực và khối hệ thống lái). Ngoài ra khối điều khiển và khối địa hình sẽ đưa ra tín hiệu điều khiển của người lái (chân ga, chân ly hợp, tay số...) và các tham số của địa hình. Các khối còn lại trong mô hình để tính toán các véc tơ lực suy rộng. Kết quả mô phỏng chuyển động không gian được xây dựng trong Virtual Reality Toolbox của MATLAB (hình 2). Toàn bộ xe và sa bàn được xây dựng trong phần mềm thiết kế không gian ba chiều Autodesk Inventor.

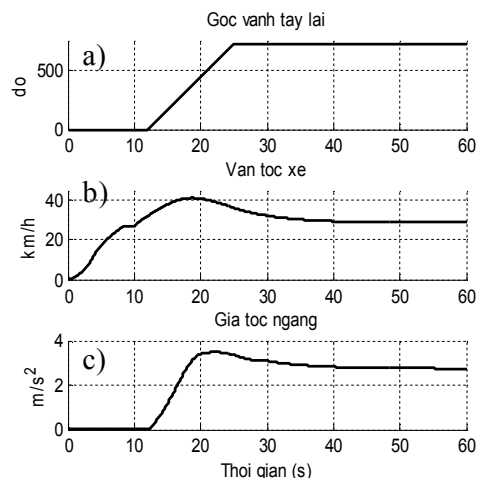
Bảng 2. Thông số khối lượng xe БТР-60ПБ

| Thông số         | Đơn vị            | Toàn xe  | Khối bánh xe  |
|------------------|-------------------|--|---|
| Khối lượng       | kg                | 10220  | 250   |
| Ten xơ quán tính | kg.m <sup>2</sup> | $\begin{bmatrix} 8760 & 0 & 0 \\ 0 & 35800 & 0 \\ 0 & 0 & 39300 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 17,16 & 0 & 0 \\ 0 & 31,22 & 0 \\ 0 & 0 & 17,16 \end{bmatrix}$ |

Xe được khởi hành từ tay số 2, giữ nguyên vành tay lái để xe chuyển động thẳng trong khoảng từ 0 đến giây thứ 12. Từ giây thứ 12 đến giây thứ 25 đánh tay lái  $0^\circ \div 720^\circ$  sau đó giữ nguyên tay lái đến giây thứ 60. Trên hình 3a thể hiện góc đánh vành tay lái. Còn trên hình 3b là tốc độ xe tương ứng theo thời gian. Nhận thấy khi đánh vành lái, vận tốc xe có xu hướng giảm dần khi vào quay vòng và ổn định khi quay vòng đều. Gia tốc ngang tăng dần lên và đạt lớn nhất khi quay vòng quá độ, sau đó giảm đi và đạt giá trị không đổi khi quay vòng đều (hình 3c). Mô hình cho phép khảo sát động lực học quay vòng của xe trong miền thời gian với các tham số điều khiển thay đổi.

#### 4. Kết luận :

Quá trình xây dựng mô hình mô phỏng thời gian thực (real time) bao gồm các giai đoạn:



Hình 3: Kết quả mô phỏng quay vòng

xây dựng mô hình vật lý, mô hình toán học và phép giải số. Bài báo đã giới thiệu phương pháp xây dựng mô hình toán học mô tả động lực học chuyển động của xe theo nguyên lý Jourdain áp dụng cho cơ hệ nhiều vật. Mô hình được thiết lập ở dạng không gian, phản ánh đầy đủ chuyển động không gian của toàn xe với sự tương tác của các hệ thống để khảo sát đáp ứng của xe ở chế độ ổn định cũng như chế độ quá độ. Với việc tách một hệ phi tuyến ra thành ba hệ nhỏ hơn được xây dựng một cách độc lập và tuyến tính hóa các hệ phi tuyến yếu có tác dụng giảm đáng kể khối lượng tính toán trong mỗi bước tính, góp phần hỗ trợ tính toán thời gian thực. Ngoài ra, việc chia nhỏ thành các hệ riêng biệt tạo điều kiện thuận lợi trong xây dựng mô hình tổng quát và quá trình tổ chức tính toán. Mô hình tổng quát có tính phát triển vì được xây dựng từ các mô đun. Khi phát triển một mô đun nào đó trong hệ thì cấu trúc mô hình tổng quát vẫn không thay đổi. Chính vì vậy, phương pháp này rất phù hợp để xây dựng mô hình động lực học chuyển động của xe nhiều cầu áp dụng trong các hệ mô phỏng.

#### **TÀI LIỆU THAM KHẢO:**

- [1]. Phan Nguyên Di (1996), *Cơ học hệ nhiều vật*, HVKTQS, Hà Nội.
- [2]. Eric M.Lowndes (1998), *Development of an Intermediate DOF Vehicle Dynamics Model for optimal Design Studies*, North Carolina State University, Raleigh, USA.
- [3]. G. Ezdco Smid (1999), *Virtual Vehicle Systems Simulation – A modular Multi-CPU Approach in Real-time*, Oakland University Rochester, Michigan.
- [4]. Georg Rill (1994), *Simulation von Kraftfahrzeugen*, Wieweg, Branschweig, Germany.
- [5]. J.Y. Wong, Ph.D., D.Sc. (2001), *Theory of ground vehicles*, Department of Mechanical and Aerospace Engineering Carleton University, Ottawa Canada.

---

**Người phản biện: TS. Lê Hồng Phương**