

**ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TRỰC TIẾP BẰNG
SƠ ĐỒ SAI PHÂN TRUNG TÂM TRONG XÂY DỰNG THUẬT TOÁN TÍNH
TOÁN ĐỘNG HỌC DÂY NEO CÔNG TRÌNH BIỂN**
APPLIED DIRECT INTERGATION METHOD WITH CENTRAL DIFFERENCE
METHOD TO ESTABLISH DYNAMICS ANALYSIS ALGORITHM
OF OFFSHORE MOORING

NGUYỄN THỊ THU LÊ, LÊ HỒNG BANG, ĐỖ QUANG KHẢI
Trường đại học Hàng Hải Việt Nam

Tóm tắt

Trong tính toán dao động hệ dây neo công trình biển nổi bằng phương pháp phần tử hữu hạn sẽ dẫn đến việc lập và giải một hệ phương trình vi phân, nếu dùng phương pháp giải tích để giải phương trình dao động này sẽ gặp khó khăn. Nội dung bài báo trình bày phương pháp giải phương trình vi phân dao động của hệ dây neo công trình biển nổi bằng phương pháp tích phân trực tiếp, trong đó có áp dụng sơ đồ sai phân trung tâm, từ đó xây dựng thuật toán tính toán động học dây neo công trình biển.

Từ khóa: dây neo phi tuyến, phương pháp tích phân trực tiếp, sơ đồ sai phân trung tâm

Abstract

A differential equation is used for calculating dynamics of offshore mooring by Finite Element Method. It is tough to solve this dynamical equation by analytic method. This paper presents analysis dynamics of offshore mooring by direct intergation method, with the central difference method. From that base dynamics analysis algorithm of offshore mooring established.

Keywords: nonlinear mooring line, direct intergation method, central difference method.

1. Đặt vấn đề

Bài toán động lực học dây neo công trình biển là một trong những bài toán phi tuyến điển hình. Trên thế giới, với mô hình toán học để tính toán tải trọng lên hệ dây neo từ đó xác định được lực căng cũng như quỹ đạo của dây neo đã được kiểm nghiệm trong quá trình nghiên cứu và các kết quả cơ bản có thể áp dụng trong công nghệ công trình biển, khi giải quyết bài toán dao động dây neo sẽ dẫn đến một hệ phương trình vi phân dao động. Để giải các phương trình này chỉ có thể áp dụng phương pháp tích phân trực tiếp. Trong phương pháp tích phân trực tiếp có thể sử dụng sơ đồ sai phân trung tâm, phương pháp Houbol, phương pháp Neumark ... Mỗi một phương pháp đều có những đặc điểm riêng. Song lời giải hiệu quả nhất là vấn đề đang được các nhà khoa học quan tâm. Còn ở Việt Nam việc tính toán dao động dây neo chưa được nghiên cứu đầy đủ, vấn đề giải phương trình dao

động hệ dây neo chưa được đề cập đến, chính vì vậy trong bài báo này nhóm tác giả sẽ đưa ra giải pháp tính tích phân trực tiếp có dùng phương pháp sai phân trung tâm để giải phương trình dao động dây neo phi tuyến.

Theo [1] trong tính toán dao động, hệ phương trình dây neo có dạng:

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = F_t \quad (1)$$

Trong đó: u - véc tơ chuyển vị nút;

$[K]$ - ma trận độ cứng;

$[M]$ - ma trận khối lượng;

$[C]$ - ma trận cản nhớt;

F_t - véc tơ tải trọng nút do tác dụng của sóng, là đại lượng thay đổi theo thời gian[2][4].

Theo [3] Các đại lượng $[M]$; $[C]$; $[K]$ được xác định như sau:

ρ - khối lượng riêng của phần tử; F - Tiết diện ngang của phần tử; L - Chiều dài của phần tử.

$$[M]_e = \frac{\rho FL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Kết cấu hệ neo là hệ mềm, khi chịu tải trọng sẽ có chuyển vị lớn, chính vì vậy ma trận độ cứng $[K]$ của dây neo sẽ bao gồm hai ma trận độ cứng [3].

$$[K]_e = [K_e]_e + [K_g]_e$$

$[K_e]_e$ - Ma trận độ cứng đàn hồi

$$[K_e]_e = \frac{EF}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = r^2$$

E - Mô đun đàn hồi của vật liệu;

$[C]$ là tổ hợp tuyến tính của $[M]$ và $[K]$

$[K_g]_e$ - Ma trận độ cứng hình học:

$$[K_g]_e = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$T = T(u)$ -lực căng của dây neo (phụ thuộc chuyển vị).

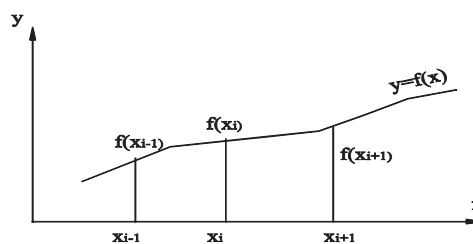
Do ma trận độ cứng chứa ẩn (lực căng, mà lực căng trong dây neo lại phụ thuộc chuyển vị) nên việc giải phương trình dao động này sẽ gặp khó khăn khi sử dụng các phương pháp giải tích. Do vậy mới cần sử dụng sơ đồ sai phân trung tâm để tính tích phân trực tiếp.

2. Sơ đồ sai phân trung tâm [1] [5]:

Sai trung tâm là giá trị trung bình của sai phân tiến và sai phân lùi. Sai trung tâm sử dụng giá trị của hai điểm đối xứng so với điểm i . Một điều cần chú ý là sai phân trung tâm chính xác hơn sai phân tiến và sai phân lùi. Theo [5]

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + \frac{f(x_i) - f(x_{i-1}))}{x_i - x_{i-1}}$$

Trong trường hợp bước sai phân lấy bằng nhau, ta có :



Hình 1. Sơ đồ xấp xỉ đạo hàm bằng sai phân
Sai phân trung tâm đạo hàm bậc 1:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2 \cdot \Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{x_{i+1} - x_{i-1}}$$

Sai phân trung tâm đạo hàm bậc 2:

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2 \cdot f(x_i) + f(x_{i-1}))}{\Delta x^2}$$

f -Giá trị hàm tại một điểm tọa độ;

f' -Đạo hàm bậc 1 tại điểm đó;

f'' -Đạo hàm bậc 2 tại điểm đó; Δx : Bước

sai phân được xác định từ $i-1$ đến $i+1$, trong đó i là điểm trung tâm

Với sơ đồ sai phân sẽ áp dụng vào bài toán cụ thể như sau [1] [5]:

Chia miền xác định thành các phân đoạn, tại mỗi đầu phân đoạn ta có mỗi nút sai phân. Tập hợp các nút sai phân tạo thành lưới sai phân. viết phương trình sai phân cho mỗi nút lưới ta có n phương trình ứng với n ẩn số (sau khi đã áp dụng điều kiện biên), giải hệ phương trình đại số tuyến tính này ta tìm được giá trị của ẩn tại mỗi một nút lưới.

3. Phương pháp tính toán

Trong thời gian dây neo chịu tải, để tích phân ta chia thành n khoảng thời gian, mỗi khoảng thời gian là Δt và giả thiết trong mỗi khoảng thời gian này từ t_{i-1} đến t_{i+1} các đại lượng ma trận khối lượng, ma trận cản nhớt, ma trận độ cứng của hệ không thay đổi, còn véc tơ tải trọng nút thay đổi theo quy luật cho trước và không phụ thuộc vào chuyển vị u . Như vậy ta đã tuyến tính hóa bài toán trong khoảng thời gian Δt . Khi đó ta có thể áp dụng sơ đồ sai phân trung tâm cho bài toán tuyến tính.

Giả sử tại thời điểm t_{i-1} ta có $u = u_{i-1}, \dot{u} = \dot{u}_{i-1}, \ddot{u} = \ddot{u}_{i-1}$

Tại thời điểm t_i ta có $u = u_i, \dot{u} = \dot{u}_i, \ddot{u} = \ddot{u}_i$

Tại thời điểm t_{i+1} ta có

$$u = u_{i+1}, \dot{u} = \dot{u}_{i+1}, \ddot{u} = \ddot{u}_{i+1}$$

Theo sơ đồ sai phân trung tâm:

$$\{\ddot{u}\}_i = \frac{1}{\Delta t^2} [\{u\}_{i+1} - 2\{u\}_i + \{u\}_{i-1}] \quad (2)$$

$$\{\dot{u}\}_i = \frac{1}{2\Delta t} [\{u\}_{i+1} - \{u\}_{i-1}] \quad (3)$$

Thay vào phương trình dao động (1) tại thời điểm i :

$$[M]\{\ddot{u}\}_i + [C]\{\dot{u}\}_i + [K]\{u\}_i = \{F\}_i$$

$$[M] \left[\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta t^2} \right] + [C] \left[\frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} \right] + [K]u_i = F_i$$

$$\text{hay } \left[\frac{1}{(\Delta t)^2} [M] + \frac{1}{2\Delta t} [C] \right] \{u\}_{i+1} = \{F\}_i - \left[[K] + \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right] \{u\}_i - \left[\frac{1}{\Delta t^2} [M] - \frac{1}{2\Delta t} [C] \right] \{u\}_{i-1} \quad (4)$$

Vấn đề đặt ra là cần tìm $\{u\}_{i-1}$. Điều này có thể thực hiện được bằng cách dựa vào điều kiện biên ban đầu: Khi $t=0$ thì $\{u\} = \{u\}_0$;

$\{\dot{u}\} = \{\dot{u}\}_0$ Thay vào phương trình(1) :

$$\{\ddot{u}\}_0 = [M]^{-1}(\{F\}_0 - [C]\{\dot{u}\}_0 - [K]\{u\}_0)$$

Thay $\{u\}_{i+1}$ từ (3) vào phương trình (2) Ta có:

$$\{\ddot{u}\}_i = \frac{1}{\Delta t^2} [\{u\}_{i-1} - 2\{u\}_i + 2\Delta t\{\dot{u}\}_i + \{u\}_{i-1}]$$

$$\text{Hay } \{\ddot{u}\}_i = \frac{2}{\Delta t^2} [\{u\}_{i-1} - \{u\}_i + \Delta t\{\dot{u}\}_i];$$

$$\frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}\}_i = [\{u\}_{i-1} - \{u\}_i + \Delta t\{\dot{u}\}_i]$$

$$\text{Suy ra } \{u\}_{i-1} = \{u\}_i - \Delta t\{\dot{u}\}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}\}_i$$

Khi $t=0$ đại lượng $\{u\}_{-1}$ xác định theo công thức:

$$\{u\}_{-1} = \{u\}_0 - \Delta t\{\dot{u}\}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}\}_0 \quad (5)$$

Thay $\{u\}_{i-1}$ từ (5) vào phương trình (4) ta có:

$$\left[\frac{1}{(\Delta t)^2} [M] + \frac{1}{2\Delta t} [C] \right] \{u\}_{i+1} = \{F\}_i - \left[[K] + \frac{2}{\Delta t^2} [M] \right] \{u\}_i \quad (6)$$

$$- \left[\frac{1}{\Delta t^2} [M] - \frac{1}{2\Delta t} [C] \right] \left(\{u\}_i - \Delta t\{\dot{u}\}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}\}_i \right)$$

Từ (6) ta tính được $\{u\}_{i+1}$

Khi chọn gia số thời gian Δt cần lưu ý sao cho thỏa mãn điều kiện $\Delta t \leq \Delta t_{er}$

Trong đó: $\Delta t_{er} = \frac{T_n}{\pi}$; T_n - chu kỳ riêng nhỏ nhất ứng với tần số dao động riêng lớn nhất của kết cấu.

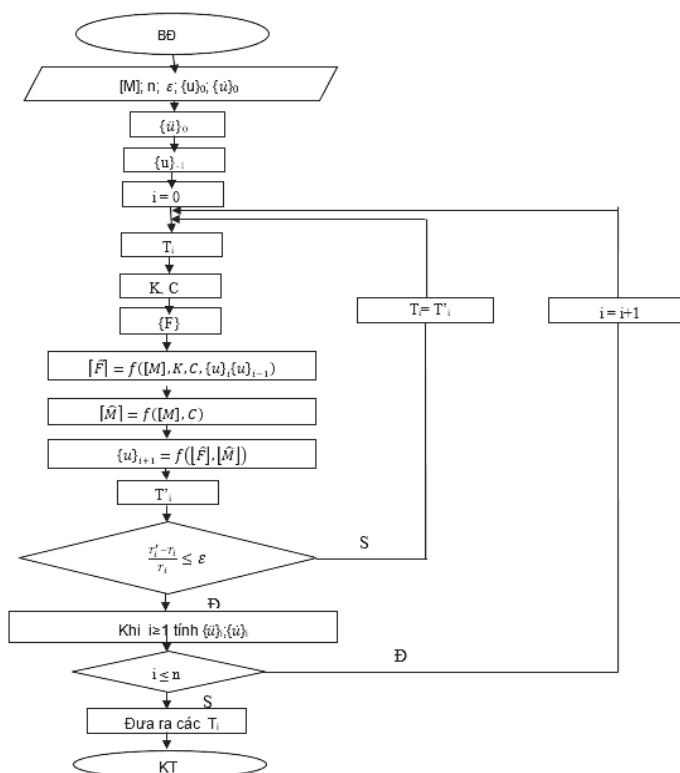
4. Thuật toán

Ở trạng thái ban đầu, cần xác định tọa độ các phần tử dây neo và lực căng T_0 . Khi dây neo chịu tải trọng bản thân. Áp dụng sơ đồ sai phân trung tâm với 3 vị trí mà trong đó 0 là vị trí trung tâm ta xác định được thành phần chuyển vị, vận tốc và gia tốc, xác định được giá trị lực căng ở vị trí tiếp theo. Với giá trị lực căng mới sẽ được tính lặp trong mỗi bước Δt . Thuật toán được thể hiện theo sơ đồ khối ở hình 2.

Trong mỗi bước Δt với các giá trị T_i sau khi tính toán các thành phần động học của các phần tử nước ta sẽ xác định được tải trọng để xác định chuyển vị từ đó tính lại lực căng ở vị trí mới, so sánh với lực căng ban đầu nếu các giá trị lực căng này gần bằng nhau, chứng tỏ dây đã chuyển vị đến vị trí cân bằng, bài toán hội tụ trong một Δt . Tiếp tục chuyển sang tính cho bước Δt mới, cho đến n lần Δt ta sẽ thu được n các giá trị T_i ở các vị trí dao động của dây, sau khi có các T_i này ta sẽ xử lý thống kê theo phổ.

5. Kết luận

Dựa vào kết quả của bài báo là thuật toán ở trên, có thể áp dụng để giải phương trình dao động của một hệ dây neo công trình biển nổi bất kỳ khi chịu tải trọng sóng thay đổi theo thời gian, Kết quả tính toán theo thuật toán nêu trên sẽ được nhóm tác giả giới thiệu trong những số báo tiếp theo.



Hình 2. Sơ đồ thuật toán

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Anill.K.Chopra, *Dynamics of structure*, University of California Berkeley, 1995.
 [2]. J.M.J Journee and W.W.Massie, *Offshore hydromechanics*, Delft university of Technology, 2001.
 [3]. Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L, *The Finite Element Method*, Volum 1, 2 4th Edition, McGraw Hill, 1991.
 [4]. Gs.Ts. Nguyễn Xuân Hùng, *Động lực học công trình biển*, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật, 1999.
 [5]. PGS.TS. Nguyễn Mạnh Yên, *Phương pháp số trong cơ học kết cấu*, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật, 1999.

Ngày nhận bài: 04/3/2016
 Ngày phản biện: 11/3/2016
 Ngày chỉnh sửa: 16/3/2016
 Ngày duyệt đăng: 17/3/2016

NGHIÊN CỨU TỐI ƯU HOÁ CHẤT PHỤ GIA NANO TiO₂ TRONG DẦU BÔI TRƠN TỰ HỒI PHỤC MÀI MÒN
RESEARCH ON OPTIMIZING TiO₂ NANOPARTICLES AS LUBRICATING ADDITIVE IN WEAR SELF-REPAIR

NGUYỄN ĐÌNH CƯƠNG¹, NGUYỄN TIẾN DŨNG², VŨ VĂN TÀN¹
^[1] Trường Đại học Sao Đỏ
^[2] Viện Cơ khí - Trường Đại học Hàng Hải Việt Nam