# MỤC LỤC

# Mở đầu

## 1. Tính cấp thiết của đề tài

Mô hình hệ “Vật – dây mềm” là một bộ phận được phổ biến trong các phương tiện vật dụng cá nhân. Trong đó dây an toàn là một loại phương tiện điển hình...

Dây an toàn lao động là một loại phương tiện bảo vệ cá nhân, phòng tránh các nguy cơ rơi ngã, đảm bảo an toàn cho người lao động khi làm việc trên cao và cũng chính vì vậy, dây an toàn đòi hỏi phải thoả mãn những yêu cầu kỹ thuật rất nghiêm ngặt về mặt chất lượng. Do đó đặt ra là phải đảm bảo được chất lượng của dây.

Thực tế để đánh giá quản lý được chất lượng hay độ bền động của dây an toàn trước hết phải có một hệ thống thiết bị đánh giá bao gồm: Cảm biến đo lực (sensor), máy thu phát và khuyếch đại tín hiệu đo, máy tính và phần mềm đo, máy in... Như vậy để đánh giá theo phương pháp này phải tốn kém rất lớn về kinh phí. Do đó đề tài này đã nghiên cứu đưa ra một số mô hình của hệ “Vật-dây mềm” và kiểm tra độ bền của một số mẫu dây an toàn theo các mô hình đã chọn.

## 2. Mục đích nghiên cứu của đề tài

Đưa ra được các phương pháp khác nhau để kiểm tra được độ bền động của một số mẫu dây bảo hiểm an toàn lao động. Đồng thời làm cơ sở cho việc xây dựng chương trình phần mềm thử nghiệm độ bền động dây an toàn trên máy tính.

## 3. Phương pháp nghiên cứu của đề tài

Đề tài đưa ra mô hình hệ “Vật-dây mềm”, từ đó thiết lập được phương trình chuyển động của hệ vật dây đó. sau đó khảo sát quá trình dao động tiếp theo của hệ vật dây, khi dây được buông thả hết chiều dài. Lúc đó vật chịu tác dụng một xung lực và dao động dưới tác dụng của xung lực đó.

## 4. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn

Đề tài đưa ra được ba hướng khác nhau để kiểm tra độ bền động của dây bảo hiểm an toàn lao động. Trong quá trình kiểm tra độ bền động của dây bảo hiểm an toàn đề tài đã sử dụng phần mềm Matlab để tính toán và mô phỏng số.

# Chương 1

# MÔ HÌNH KHẢO SÁT VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

## 1. Mô hình khảo sát

Cơ hệ được khảo sát gồm vật-dây. Vật được xem là chất điểm, được coi là vật điểm, có khối lượng $m_0$, còn dây có chiều dài l, luôn luôn ở trạng thái căng, có tiết diện ngang A không đổi theo suốt chiều dài của dây, đồng chất, có khối lượng đơn vị dài là $\gamma$=const. Vật điểm chuyển động rơi theo phương thẳng đứng, còn dây được nhả dần ra nhưng luôn ở trạng thái căng. Mô hình như vậy sẽ được chấp nhận khi vật có khối tâm C được buộc vào một đầu dây và bỏ qua chuyển động quay của nó quanh khối tâm (tức vật chuyển động tịnh tiến theo phương thẳng đứng cùng với khối tâm). Chuyển động của hệ xảy ra qua hai giai đoạn.

***Giai đoạn 1:*** Vật điểm rơi theo phương thẳng đứng, vị trí của nó được xác định nhờ tọa độ y(hình 1), còn phần dây buông thong có khối lượng tang(biến đổi) do dây được nhả dần ra. Giai đoạn 1 xảy ra cho đến khi dây chưa nhả hết chiều dài l của nó. Như vậy khối lượng của hệ trong giai đoạn này sẽ là

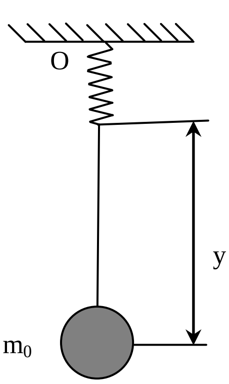
$$M = m_0 + m = m_0 + \gamma y \qquad (1\text{-}1)$$

Là đại lượng biến đổi với tốc độ biến đổi:

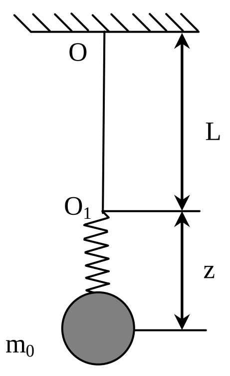
$$\frac{dM}{dt} = g\frac{dy}{dt} = g\dot{y} \qquad (1\text{-}2)$$

Kí hiệu T là thời để dây nhả hết chiều dài của nó, vận tốc và gia tốc của vật điểm tại thời điểm dây nhả hết chiều dài của nó sẽ là

$$\begin{aligned} v(T) &= \dot{y}(T) \\ a(T) &= \ddot{y}(T) \end{aligned} \qquad (1\text{-}3)$$




Hình 1




Hình 2

***Giai đoạn 2:*** Khi dây nhả hết chiều dài l vật bị dừng đột ngột và giá trị của vận tốc của vật có bước nhảy:

$$v(T) = \dot{y}(T) \qquad (1\text{-}4)$$

Như vậy tại thời điểm dây nhả hết chiều dài l, vật chịu tác dụng xung S

$$S = m_0\dot{y}(T) \tag{1-5}$$

Do tính đàn hồi của dây vật sẽ dao động do kích động tức thời của xung S. Để khảo sát chuyển động của hệ trong giai đoạn này ta xây dựng mô hình vật điểm – lò xo. Đó là một vật điểm gắn vào đầu lò xo chịu tác dụng tức thời xung lực S. Độ cứng của lò xo thay thế được tính theo công thức

$$c = \frac{F}{\delta_t} \tag{1-6}$$

ở đó $\delta_t$ là độ dãn tĩnh dài khi dây chịu tác dụng của lực tĩnh F nó được tính theo công thức

$$\delta_t = \frac{Fl}{EA} \tag{1-7}$$

Trong đó E là môđun đàn hồi khi kéo, l là chiều dài và A là tiết diện ngang của dây. Khi thay (1-7) vào (1-6) ta dễ dàng nhận được hệ số cứng thay thế C:

$$c = \frac{EA}{l} \tag{1-8}$$

## 2. Phương trình chuyển động

*Giai đoạn 1.*

Trong quá trình dây chưa được buông thả hết chiều dài l ta xem hệ gồm hai phần: Vật nặng có khối lượng $m_0$ được buộc vào một đầu của dây, điểm buộc dây ngay tại trọng tâm của vật và phần dây buôn thả. Giả sử tại thời điểm khảo sát t phần dây được buông thả một đoạn y và kí hiệu khối lượng của phần này qua m = m(y) là đại lượng biến đổi.Trong quá trình chuyển động dây được xem là luôn luôn ở trạng thái căng và không bị dãn. Để viết phương trình chuyển động của hệ "vật-dây" ta sử dụng phương trình động lượng theo trục thẳng đứng Oy.

$$\frac{dQ_y}{dt} = \sum F_{ky}^e \tag{1-9}$$

Trong đó:

- Hình chiếu động lượng của hệ theo phương thẳng đứng $Q_y = Mv_{Cy} = M\dot{y}_C$
- Khối lượng của hệ $M = m_0 + m = m_0 + \gamma y$
- Ngoại lực gồm có các trọng lực $\sum F_{ky}^e = (m_0 + m)g$

Toạ độ khối tâm C theo phương thẳng đứng được xác định theo công thức sau

$$y_C = \frac{\sum_{k=1}^{2} m_k y_k}{M} = \frac{m_0 y + m\frac{y}{2}}{m_0 + m} = \frac{(2m_0 + m)y}{2(m_0 + m)} \tag{1-10}$$

Giả thuyết dây đồng chất có khối lượng của đơn vị là $\gamma$

Thay m = γy vào (1-2) sau đó đạo hàm ta có

$$v_{Cy} = \dot{y}_C = \frac{d}{dt}\left[\frac{(2m_0+\gamma y)y}{2(m_0+\gamma y)}\right] = \frac{(2m_0\dot{y}+2\gamma y\dot{y})(2m_0+2\gamma y)-(2m_0 y+\gamma y^2)(2\gamma\dot{y})}{(2m_0+2\gamma y)^2}$$

$$v_{Cy} = \frac{\left[m_0^2+(m_0+\gamma y)^2\right]\dot{y}}{2(m_0+\gamma y)^2}$$

Thay vào phương trình (1-1) ta thu được kết quả như sau

$$\left[m_0^2+(m_0+\gamma y)^2\right]\ddot{y}+\frac{(2m_0+\gamma y)\gamma^2 y}{(m_0+\gamma y)}\dot{y}^2 = 2(m_0+\gamma y)^2 g \qquad (1\text{-}11)$$

Phương trình (1-11) là phương trình mô tả chuyển động của hệ khi dây chưa nhả hết chiều dài của nó. Phương trình vừa nhận được là phương trình vi phân phi tuyến. Khi giải phương trình (1-11) với điều kiện đầu

$$y(0)=y_0; \qquad \dot{y}(0)=v_0 \qquad (1\text{-}12)$$

ta tìm được

$$y=y(t) \qquad v=\dot{y}(t) \qquad a=\ddot{y}(t) \qquad (1\text{-}13)$$

Từ phương trình

$$y(T)=l \qquad (1\text{-}14)$$

Ta xác định được khoảng thời gian T dây được thả toàn bộ chiều dài và ta sẽ tính được vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm này, cụ thể.

$$\begin{aligned} v(T)&=\dot{y}(T) \\ a(T)&=\ddot{y}(T) \end{aligned} \qquad (1\text{-}15)$$

*Giai đoạn 2.*

Do vật rơi bị dừng đột ngột, khi đó dây sẽ chịu tác dụng một xung bằng

$$S=m_0\dot{y}(T) \qquad (1\text{-}16)$$

Gọi $\tau$ là khoảng thời gian xẩy ra va chạm, trong kỹ thuật thường được lấy khoảng 20% chu kỳ dao động tiếp theo, lực va chạm đựơc tính theo công thức

$$F=\frac{S}{\tau}=\frac{m_0\dot{y}(T)}{\tau} \qquad (1\text{-}17)$$

Kiểm tra điều kiện bền của dây được tính theo công thức

$$\frac{m_0\dot{y}(T)}{A\tau}\le[\sigma] \qquad (1\text{-}18)$$

Trong đó $[\sigma]$ là ứng suất cho phép khi kéo

**3. Khảo sát dao động dọc của dây trong hệ**

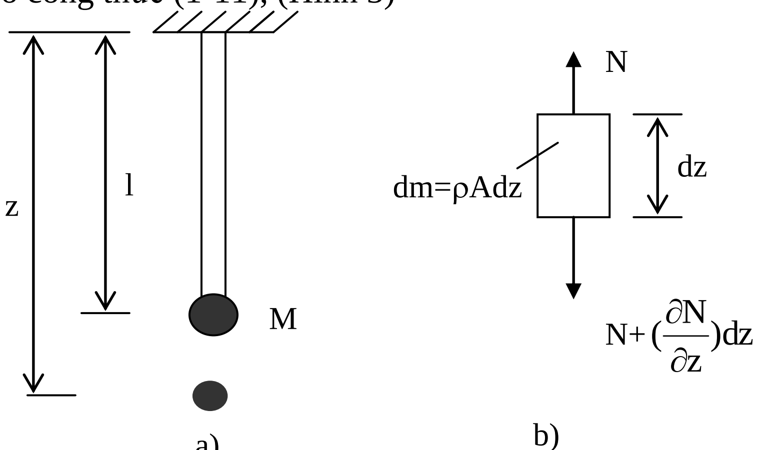
Do vật bị dừng đột ngột, dây chịu tác dụng xung hoặc lực va chạm có thể tính tương ứng theo công thức trên, trong thời gian va chạm $\tau$ trong kỹ thuật thường lấy khoảng 20% chu kỳ của dao động tiếp theo. Dao động đó cũng có thể xem được gây nên do đặt đột ngột một lực do hiệu ứng quán tính, và có thể tính theo công thức.

$$P = m_0 \ddot{y}(T) \quad (1\text{-}19)$$

trong đó $\ddot{y}(T)$ được tính theo công thức (1-5)

Bài toán được khảo sát trong mô hình sau.

Xem dây là một thanh thẳng chiều dài l, có khối lượng $m_1$ bị ngàm một đầu, còn đầu kia có gắn vật nặng có khối lượng $m_0$ và chịu tác dụng đột ngột lực va chạm P được tính theo công thức (1-11), (Hình 3)




Hình 3

Giả sử thanh có tiết diện không đổi A và mô đun đàn hồi E. Dưới tác dụng của xung, thanh thực hiện dao động u(z, t) dọc trục z. Tương ứng với trạng thái của thanh khi dây vừa buông thả hết chiều dài l của dây. Trước hết ta thiết lập phương trình dao động tự do của thanh. Thanh dao động dọc trục z. Áp dụng nguyên lý d'Alembert, xét một phân tố thanh chịu lực như Hình 3b. Phương trình chuyển động theo trục z của phân tố thanh có dạng.

$$\rho A dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -N + (N + \frac{\partial N}{\partial z} dz)$$

$$\rightarrow \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial N}{\partial z} \quad (1\text{-}20)$$

Từ giáo trình sức bền vật liệu, ta có

$$N = EA \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1\text{-}21)$$

Thế biểu thức (1-13) vàophương trình (1-12) ta nhận được phương trình dao động dọc tự do của thanh thẳng đồng chất có tiết diện không đổi như sau.

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left[ EA \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1\text{-}22)$$

Mặt khác có thể thấy khi thanh chịu tác dụng đột ngột lực P nó sẽ tương ứng khi dây chịu tác dụng xung. Từ đó phương trình dao động dọc của thanh có vế phải là.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{EA}{\gamma}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{P}{\gamma}\sigma_1(z-l)\sigma_1(t) \quad (1\text{-}23)$$

trong đó

$$c^2 = \frac{EA}{\gamma} = \frac{EAl}{m_1}$$

$\sigma_1(u)$ là hàm xung loại 1, $\gamma$ là khối lượng của một đơn vị dài của dây $\gamma = \frac{m_1}{l}$

$$\sigma_1(u) = \begin{cases} 0 & \text{Voi} \quad u \neq 0 \\ 1 & \quad\quad u = 0 \end{cases}$$

Nghiệm của phương trình (1-14) được tìm dưới dạng

$$u(z,t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) Z_k(z) \quad (1\text{-}24)$$

Sự khác nhau giữa bài toán này và bài toán dao động tự do của thanh là điều kiện biện tự do. Bài toán này được gọi là bài toán có điều kiện biên không thuần nhất.

Từ phương trình dao động tự do của thanh (1-14).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (1\text{-}25)$$

Tìm nghiệm của phương trình này bằng phương pháp Bernoulli. Nghiệmn của phương trình (1-17) sẽ có dạng

$$u(z,t) = Z(z)T(t) \quad (1\text{-}26)$$

Thế biểu thức (1-18) vào phương trình (1-17) ta nhận được

$$c^2\frac{Z''(z)}{Z(z)} = \frac{\ddot{T}(t)}{T(t)}$$

Do vế trái của phương trình trên chỉ phụ thuộc vào z, còn vế phải chỉ phụ thuộc vào t, cho nên hai vế phải bằng một hằng số. Ở đây ta kí hiệu hằng số đó là $-\omega^2$ và ta có.

$$c^2\frac{Z''(z)}{Z(z)} = \frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = -\omega^2 \quad (1\text{-}27)$$

Từ đó ta nhận được hai phương trình vi phân thường

$$Z''(z) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 Z(z) = 0 \quad (1\text{-}28)$$

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (1\text{-}29)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình này có dạng

$$Z(z) = A_k \cos\frac{\omega}{c}z + B_k \sin\frac{\omega}{c}z \quad (1\text{-}30)$$

$$T(t) = C_k \cos\omega t + D_k \sin\omega t \quad (1\text{-}23)$$

Trong đó $A_k$, $B_k$, $C_k$, $D_k$ và ω là các đại lượng được xác định từ điều kiện biên và các điều kiện đầu. Vì tác dụng của tải trọng được đặt vào điều kiện biên ở mút dưới cho nên ta xem rằng lực căng dọc của thanh khi dao động cân bằng với lực quán tính của tải trọng. Điều này đưa đến điều kiện biên tại mút dưới của thanh.

$$EA\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=l} = -m_0\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_{u=l} \qquad (1\text{-}31)$$

Do ở mút trên gắn chặt ta có

$$u(0,t) = 0 \qquad (1\text{-}32)$$

Điều kiện biên là

$$\begin{cases} EAZ'(l) = m_0\omega^2 Z(l) \\ Z(0) = 0 \end{cases} \qquad (1\text{-}33)$$

Từ điều kiện $(1\text{-}26)_2$ Thay vào (1-22) ta có

$$A_k = 0 \qquad Z(z) = B_k \sin\frac{\omega}{c}z \qquad (1\text{-}34)$$

Điều kiện đầu của bài toán có dạng

$$u(z,0) = 0 \qquad \dot{u}(z,0) = v_0 = \dot{y}(T) \qquad (1\text{-}35)$$

Từ điều kiện biên $(1\text{-}26)_1$ta có

$$\mathrm{tg}\frac{\omega}{c}l = \frac{EA}{m_0\omega c} \qquad \Rightarrow \beta\,\mathrm{tg}\beta = \alpha \qquad (1\text{-}36)$$

trong đó $$a_k = \frac{\omega_k}{c} \qquad \beta = a_k l \qquad \alpha = \frac{l\gamma}{m_0} = \frac{m_1}{m_0} \qquad (1\text{-}37)$$

Phương trình (1-29) là phương trình phi tuyến có thể giải bằng phương pháp số hoặc phương pháp đồ thị từ đó ta tìm được β, và ứng với mỗi β ta có một nghiệm riêng $Z_k(z)$ tương ứng.

$$Z_k(z) = B_k \sin\frac{\omega_k}{c}z = B_k \sin a_k z$$

Từ tài liệu [5] ta đưa ra những nghiệm nhỏ nhất của phương trình này đối với một số các giá trị của tỷ số giữa khối lượng của thanh và khối lượng của tải trọng.

| α | 0,01 | 0,10 | 0,30 | 0,50 | 0,70 | 1 | 1,50 | 2 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_1$ | 0,10 | 0,32 | 0,52 | 0,65 | 0,75 | 0,86 | 0,98 | 1,08 | $\frac{\pi}{2}$ |

Tương ứng với mỗi giá trị của $\beta_1$, ta có các tần số nhỏ nhất(tần số cơ bản) được tính theo công thức

$$\omega_1 = \frac{\beta_1}{l}\sqrt{\frac{EA}{\gamma}} \qquad (1\text{-}38)$$

Để tìm nhiệm của phương trình có vế phải (1-15). Thế biểu thức (1-16) vào phương trình (1-15) ta có

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[\ddot{T}_k(t)Z_k(z)-c^2T_k(t)Z_k''(z)\right]=\frac{P}{\gamma}\sigma_1(z-l)\sigma_1(t) \qquad (1\text{-}39)$$

Chú ý đến biểu thức (1-20) phương trình trên được viết.

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[\ddot{T}_k(t)+\omega_k^2T_k(t)\right]Z_k(z)=\frac{P}{\gamma}\sigma_1(z-l)\sigma_1(t) \qquad (1\text{-}40)$$

Hàm $\sigma_1(z-l)$ là hàm Delta-Dirac[1] được xác định bởi hệ thức

$$\begin{cases}\sigma_1(z-l)=0 & \text{khi} \quad z\neq l\\ \int_{-\infty}^{+\infty}\sigma_1(z-l)dz=1 & \text{khi} \quad z=l\end{cases} \qquad (1\text{-}41)$$

Hàm này có tính chất $$\int_{-\infty}^{+\infty}f(z)\sigma_1(z-l)dz=f(l) \qquad (1\text{-}42)$$

Bằng cách khai triển Fourier ta có

$$\sigma_1(z-l)=\sum_{k=1}^{\infty}C_n\sin a_kz \qquad (1\text{-}43)$$

Nhân hai vế của biểu thức này với $\sin a_n z$ rồi lấy tích phân 2 vế của phương trình trên theo toàn bộ chiều dài. Với chú ý do tính trực giao của hai hàm riêng

$$\int_0^l Z_k(z)Z_n(z)dz=\int_0^l\sin a_kz\sin a_nzdz=\begin{cases}0 & \text{khi} \quad n\neq k\\ \frac{l}{2} & \text{khi} \quad n=k\end{cases}$$

Ta thu được

$$\int_0^l\sigma_1(z-l)\sin a_kzdz=\frac{l}{2}C_n \qquad \Rightarrow \qquad C_n=\frac{2}{l}\int_0^l\sigma_1(z-l)\sin a_kzdz=\frac{2}{l}\sin a_kl \qquad (1\text{-}44)$$

Thế biểu thức (1-37) vào biểu thức (1-36) ta được

$$\sigma_1(z-l)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{l}\sin a_kl\sin a_kz \qquad (1\text{-}45)$$

Thay biểu thức (1-38) vào phương trình (1-33) ta thu được

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[\ddot{T}_k(t)+\omega_k^2T_k(t)\right]\sin a_kz=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2P}{l\gamma}\sin a_kl\sin a_kz \qquad (1\text{-}46)$$

Từ đó phương trình đối với $T_k(t)$ như sau

$$\ddot{T}_k(t)+\omega_k^2T_k(t)=\frac{2P}{l\gamma}\sin a_kl \qquad (1\text{-}47)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân này bao gồm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất và một nghiệm riêng của phương trình vi phân không thuần nhất dưới dạng sau.

$$T_k(t) = C_k \cos\omega_k t + D_k \sin\omega_k t + \frac{2P\sin a_k l}{l\gamma\omega_k^2} \quad (1\text{-}48)$$

Vậy nhiệm (1-16) được viết dưới dạng (1-42)

$$u(z,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(C_k \cos\omega_k t + D_k \sin\omega_k t + \frac{2P\sin a_k l}{l\gamma\omega_k^2}\right)\sin a_k z \quad (1\text{-}49)$$

Với $C_k$ và $D_k$ là các hằng số được xác định từ điều kiện đầu (1-28). Sau khi tính toán ta thu được kết quả

$$C_k = -\frac{2P\sin a_k l}{l\gamma\omega_k^2} \qquad D_k = -\frac{2v_0}{\omega_k l a_k}\left(\cos a_k l - 1\right) \quad (1\text{-}50)$$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình được viết dưới dạng (1-42) với $C_k$ và $D_k$ được tìm từ (1-43). Khi z = l ta tìm được dao động của vật nặng gắn vào đầu mút của thanh

$$u(z,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(C_k \cos\omega_k t + D_k \sin\omega_k t + \frac{2P\sin a_k l}{l\gamma\omega_k^2}\right)\sin a_k l \quad (1\text{-}51)$$

Gia tốc của vật nặng được tính theo công thức

$$a = \ddot{x}(l,t) = -\sum \omega_k^2 \left(C_k \cos\omega_k t + D_k \sin\omega_k t\right)\sin a_k l \quad (1\text{-}52)$$

Theo thực nghiệm ta biết rằng thời gian va chạm $\tau$ trong kỹ thuật được lấy bằng khoảng 20% chu kỳ của dao động tiếp theo. Gọi $T'$ là chu kỳ dao động

$$\tau = 0{,}2T' \text{ mà } T' = \frac{2\pi}{\omega_k} \quad \Rightarrow \tau = \frac{0{,}4\pi}{\omega_k} = \frac{0{,}4\pi}{a_k}\sqrt{\frac{m_1}{EAl}} \quad (1\text{-}53)$$

Như vậy để kiểm tra độ bền theo tiêu chuẩn động học ta áp dụng công thức sau

$$\frac{\max\left|m_0 \ddot{u}(l,t)\right|}{A} \le [\sigma] \quad (1\text{-}54)$$

**4. Phương trình khảo sát dao động tiếp theo của hệ khi chịu tác dụng của xung.**

Khi dây nhả hết chiều dài L vật bị dừng đột ngột, khi đó dây sẽ chịu tác dụng một xung S. Do tính đàn hồi của dây vật sẽ dao động do kích động tức thời của xung S. Để khảo sát chuyển động của hệ trong giai đoạn này ta xây dựng mô hình vật điểm – lò xo. Đó là một vật điểm gắn vào đầu lò xo chịu tác dụng tức thời xung lực S. Độ cứng của lò xo thay thế được tính theo công thức

$$c = \frac{EA}{L} \quad (1\text{-}55)$$

trong đó E là môđun đàn hồi khi kéo, L là chiều dài và A là tiết diện ngang của dây.

Phương trình dao động của vật điểm (hình 2). Sau khi dây nhả hết chiều dài vật bị dừng đột ngột, tức vận tốc bị thay đổi đột ngột một lượng $\Delta v = \dot{y}(T)$

Để đánh giá ảnh hưởng của sự thay đổi vận tốc đến chuyển động ta khảo sát chuyển động tự do có cản của chất điểm, nó có dạng

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + k^2 z = 0 \qquad (1\text{-}56)$$

ở đây: $2n = \dfrac{b}{m_0}$; $k^2 = \dfrac{c}{m_0}$, b là hệ số cản nhớt trong biểu thức xác định lực cản của môi trường, được tìm từ thực nghiệm:

$$F_{cản} = b\dot{z}$$

Trong điều kiện lực cản bé (n << k), với điều kiện đầu $z(0) = 0$; $\dot{z}(0) = v_0$ phương trình (1-49) có nghiệm

$$z = z_0 e^{-nt}\left(\cos k^* t + \frac{n}{k^*}\sin k^* t\right) + \frac{\dot{z}_0}{k^*} e^{-nt}\sin k^* t \quad \text{với} \quad k^* = \sqrt{k^2 - n^2} \qquad (1\text{-}57)$$

Do đó dao động gây ra có biến đổi đột ngột vận tốc tại thời điểm t =$t_1$, phù hợp với (1-57) có dạng

$$dz = d\left\{z_0 e^{-nt}\left(\cos k^* t + \frac{n}{k^*}\sin k^* t\right) + \frac{\dot{z}_0}{k^*} e^{-nt}\sin k^* t\right\} + \frac{d\dot{z}}{k^*} e^{-n(t-t_1)}\sin k^*(t - t_1) \qquad (1\text{-}58)$$

Để tìm đại lượng biến thiên vận tốc ta sử dụng phương trình động lượng

$$d(m_0\dot{z}) = F_* dt_1$$

trong đó $F_*$ là lực va chạm tác dụng tại thời điểm $t_1$

Từ đây ta nhận được: $d\dot{z} = \dfrac{F_*(t_1)}{m_0} dt_1$

Biểu thức (1-58) bây giờ có dạng

$$dz = d\left\{z_0 e^{-nt}\left(\cos k^* t + \frac{n}{k^*}\sin k^* t\right) + \frac{\dot{z}_0}{k^*} e^{-nt}\sin k^* t\right\} + \frac{F_*(t_1)}{m_0 k^*} e^{-n(t-t_1)}\sin k^*(t - t_1)dt_1$$

(1-59)

Để giải bài toán tiếp theo áp dụng điều kiện đầu: $z_0 = 0$; $\dot{z}_0 = 0$

Biểu thức (1-59) được viết lại

$$dz = \frac{F_*(t_1)}{m_0 k^*} e^{-n(t-t_1)}\sin k^*(t - t_1)dt_1 \qquad (1\text{-}60)$$

Tích phân hai vế biểu thức trên với $F_*(t_1) = F = \text{const}$ ta có

$$z = \frac{F}{m_0 k^*}\int_0^t e^{-n(t-t_1)}\sin k^*(t - t_1)dt_1$$

Bằng phương pháp tích phân từng phần, ta nhận được

$$z = \frac{F}{c}\left[1 - e^{-nt}\left(\frac{n}{k^*}\sin k^* t + \cos k^* t\right)\right] \qquad (1\text{-}61)$$

Phương trình này mô tả chuyển động của vật được duy trì do lực F. Giả sử tại thời điểm t hệ chịu tác dụng của lực va chạm do tác dụng của lực va chạm tồn tại trong khoảng thời gian τ(τ khoảng thời gian va chạm). Chuyển động của vật sau va chạm, tức $t \geq \tau$ sẽ là tổng hợp từ hai chuyển động: chuyển động do tác dụng của lực va chạm $F_*$ tại thời điểm t được tính theo công thức (1-61), và chuyển động do tác dụng của lực va chạm ($-F_*$), được tính theo biểu thức .

$$z' = -\frac{F}{c}\left[1 - e^{-n(t-\tau)}\left(\frac{n}{k^*}\sin k^*(t-\tau) + \cos k^*(t-\tau)\right)\right] \quad (1\text{-}62)$$

Vậy chuyển động của vật sau thời điểm $t \geq \tau$ sẽ được tìm từ hợp của (1-61) và (1-62).

$$z = \frac{F}{c}\left\{e^{-n(t-\tau)}\left[\frac{n}{k^*}\sin k^*(t-\tau) + \cos k^*(t-\tau)\right] - e^{-nt}\left(\frac{n}{k^*}\sin k^* t + \cos k^* t\right)\right\} \quad (1\text{-}63)$$

Biểu thức (1-63) có thể được viết trong dạng sau.

$$z = \frac{F_*\tau}{c}\left\{\frac{e^{-n(t-\tau)}\left[\frac{n}{k^*}\sin k^*(t-\tau) + \cos k^*(t-\tau)\right] - e^{-nt}\left(\frac{n}{k^*}\sin k^* t + \cos k^* t\right)}{\tau}\right\}$$

(1-64)

Chú ý rằng

$$\lim(F_*\tau)_{\tau\to 0} = S \quad (1\text{-}65)$$

Với S là xung va chạm.

Khi $\tau$ ->0 biểu thức trong ngoặc của (1-64) có dạng bất định $\frac{0}{0}$. Bằng cách sử dụng qui tắc Lôitang để khử dạng bất định $\frac{0}{0}$, ta nhận được

$$z = \frac{S}{m_0 k^*} e^{-nt}\sin k^* t \quad (1\text{-}66)$$

Trong trường hợp sức cản của môi trường yếu, tức $n \approx 0$, $k^* \approx k$, ta có

$$z = \frac{S}{m_0 k}\sin kt \quad (1\text{-}67)$$

Khi đó vật dao động điều hoà vớichu kỳ $T = \frac{2\pi}{k}$, còn gia tốc được tính theo biểu thức

$$a = \ddot{z} = -\frac{Sk}{m_0}\sin kt \quad (1\text{-}68)$$

Giá trị lớn nhất của gia tốc sẽ bằng

$$a_{max} = \frac{Sk}{m_0} \quad (1\text{-}69)$$

Tính toán sức căng động cực đại xuất hiện trong dây do dao động với chú ý giá trị lớn nhất của gia tốc được tính theo công thức (1-69), ta có

$$F = m_0 a_{max} = m_0 \frac{S.k}{m_0} = S\,k \tag{1-70}$$

Do đó tiêu chuẩn bền động lực của dây sẽ là

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{S\,k}{A} \leq [\sigma] \tag{1-71}$$

## Chương 2

## ÁP DỤNG SỐ CHO MỘT SỐ MẪU DÂY BẢO HIỂM AN TOÀN LAO ĐỘNG

Việc kiểm tra độ bền động lực của dây bảo hiểm an toàn lao động có thể được tiến hành theo ba hướng.

***Hướng thứ 1:*** Tính toán theo công thức (1-10)

$$\frac{m_0\dot{y}(T)}{A\tau} \le [\sigma] \qquad (2\text{-}1)$$

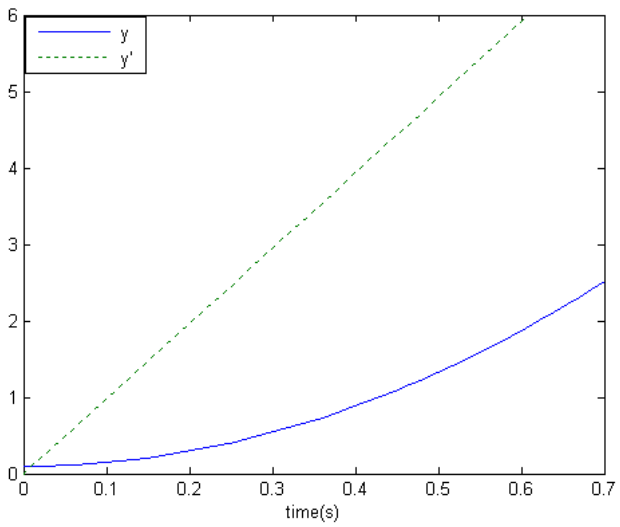
***Hướng thứ 2:*** Tính toán theo công thức (1-47)

$$\frac{\max|m_0\ddot{u}(l,t)|}{A} \le [\sigma] \qquad (2\text{-}2)$$

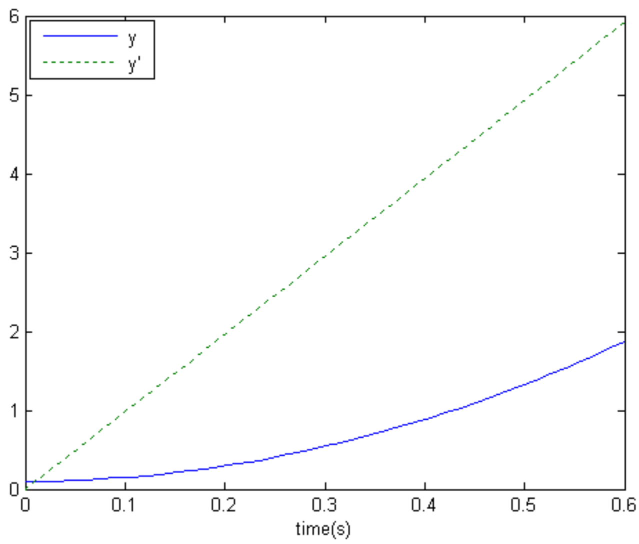
***Hướng thứ 3:*** Tính toán theo công thức (1-64) với chú ý đến biểu thức (1-8) ta có $S = m_0\dot{y}(T)$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{S\,k}{A} = \frac{m_0\dot{y}(T)k}{A} \le [\sigma] \qquad (2\text{-}3)$$

Kiểm tra độ bền động với 2 mẫu dây cùng loại vật liệu là polyester, có tiết diện chữ nhật A =3×45=135 mm$^2$, E = 2845 N/mm$^2$, $[\sigma]$=176,6 N/mm$^2$ , $m_0$ =75kG




Đồ thị1




Đồ thị 2

**I. Mẫu 1:** Có chiều dài $L_1$ = 1,2 m; $\gamma$ =0,82 kg/m

Dựa vào phương trình (1-3) ta xác định được y(t) và $\dot{y}(t)$. Với các điều kiện đầu: y(0) = $y_0$ =0,1; $\dot{y}(0) = v_0 = 0$ sử dụng phần mềm Matlab ta vẽ được đồ thị 1.

Từ đồ thị 1 ta xác định được T = 0,473 (s), $\dot{y}(T) = 4{,}65$ m/s;

Thời gian va chạm $\tau = 0{,}2T^* = 0{,}2 \times 2 \times 3{,}14 \times \sqrt{\dfrac{1{,}2 \times 75}{2845 \times 135}} \approx 0{,}02$ (s)

***1. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-1)(tức theo phương pháp thứ 1)***

$$\frac{75 \times 4{,}65}{135 \times 10^{-6} \times 0{,}02} = 141 \times 10^6\, N/m^2 = 134{,}34\, N/mm^2 < [\sigma] = 176{,}6\, N/mm^2$$

***2. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-2)(tức theo phương pháp thứ 2)***

Với $\dot{y}(T) = 4{,}65$ m/s thay vào phương trình (1-3) ta thu được $\ddot{y}(T) = 9{,}935$ m/s$^2$. Theo các công thức (1-11), (1-31), (1-43) ta tính được.

$$P = m_0 \ddot{y}(T) = 75 \times 9{,}935 = 745{,}125 \text{ N}$$

$$\omega_1 = \frac{\beta}{l}\sqrt{\frac{EA}{\gamma}} = \frac{0{,}11}{1{,}2}\sqrt{\frac{2845 \times 10^6 \times 135 \times 10^{-6}}{0{,}82}} = 62{,}73 \text{ rad/s}$$

$$C_1 = -\frac{2P\sin\beta}{l\gamma\omega_1^2} = -\frac{2 \times 745{,}125 \times 0{,}11}{1{,}2 \times 0{,}82 \times 62{,}73^2} = -0{,}042$$

$$D_1 = -\frac{2v_0}{\omega_1\beta}(\cos\beta - 1) = -\frac{2 \times \dot{y}(T)}{\omega_1\beta}(\cos\beta - 1) = 8{,}15 \times 10^{-3}$$

Để kiểm tra độ bền theo phương pháp thứ 2 ta tính đối với thành phần thứ nhất của gia tốc(biên độ).

$$a = \max|\ddot{u}(l,t)| = \omega_1^2\sqrt{C_1^2 + D_1^2} = 62{,}73^2\sqrt{(0{,}042)^2 + (8{,}15 \times 10^{-3})^2} = 168{,}4$$

m/s$^2$

Vậy điều kiện bền là

$$\sigma = \frac{\max|m_0\ddot{u}(l,t)|}{A} = \frac{75 \times 168{,}4}{135 \times 10^{-6}} = 94 \times 10^6\, N/m^2 = 94\, N/mm^2 < [\sigma] = 176{,}6\, N/mm^2$$

***3. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-3)(tức theo phương pháp thứ 3)***

$$k = \sqrt{\frac{c}{m_0}} = \sqrt{\frac{EA}{m_0 l}} = \sqrt{\frac{2845 \times 10^6 \times 135 \times 10^{-6}}{75 \times 1{,}2}} = 65{,}32 \text{ (1/s)}$$

Vậy điều kiện bền theo phương pháp thứ 3

$$\sigma = \frac{m_0\dot{y}(T)k}{A} = \frac{75 \times 4{,}65 \times 65{,}32}{135 \times 10^{-6}} = 169\, N/mm^2 < [\sigma] = 176{,}6\, N/mm^2$$

**II. Mẫu 2:** Có chiều dài $L_1$ = 1,8 m; $\gamma$ =0,59 kg/m

Dựa vào phương trình (1-3) ta xác định được y(t) và $\dot{y}(t)$. Với các điều kiện đầu: y(0) = $y_0$ =0,1; $\dot{y}(0) = v_0 = 0$ sử dụng phần mềm Matlab ta vẽ được đồ thị 2.

Từ đồ thị 2 ta xác định được T = 0,59 (s); $\dot{y}(T) = 5{,}82$ m/s

Thời gian va chạm $\tau = 0{,}2T^* = 0{,}2 \times 2 \times 3{,}14 \times \sqrt{\dfrac{1{,}8 \times 75}{2845 \times 135}} \approx 0{,}023$ (s)

***1. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-1)(tức theo phương pháp thứ 1)***

$$\frac{75\times 5{,}82}{135\times 10^{-6}\times 0{,}023}=141\times 10^{6}\,\mathrm{N/m^2}=141\,\mathrm{N/mm^2}<[\sigma]=176{,}6\,\mathrm{N/mm^2}$$

***2. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-2)(tức theo phương pháp thứ 2)***

Với $\dot{y}(T)=5{,}82$ m/s thay vào phương trình (1-3) ta thu được $\ddot{y}(T)=9{,}944$ m/s$^2$. Theo các công thức (1-11), (1-31), (1-43) ta tính được.

$$P=m_0\ddot{y}(T)=75\times 9{,}935=745{,}8\ \mathrm{N}$$

$$\omega_1=\frac{\beta}{l}\sqrt{\frac{EA}{\gamma}}=\frac{0{,}12}{1{,}8}\sqrt{\frac{2845\times 10^{6}\times 135\times 10^{-6}}{0{,}59}}=53{,}8\ \mathrm{rad/s}$$

$$C_1=-\frac{2P\sin\beta}{l\gamma\omega_1^2}=-\frac{2\times 745{,}8\times 0{,}12}{1{,}8\times 0{,}59\times 53{,}8^2}=-0{,}058$$

$$D_1=-\frac{2v_0}{\omega_1\beta}(\cos\beta-1)=-\frac{2\times\dot{y}(T)}{\omega_1\beta}(\cos\beta-1)=0{,}013$$

Để kiểm tra độ bền theo phương pháp thứ 2 ta tính đối với thành phần thứ nhất của gia tốc(biên độ).

$$a=\max|\ddot{u}(l,t)|=\omega_1^2\sqrt{C_1^2+D_1^2}=53{,}8^2\sqrt{(0{,}058)^2+(0{,}013)^2}=173\quad \mathrm{m/s^2}$$

Vậy điều kiện bền là

$$\sigma=\frac{\max|m_0\ddot{u}(l,t)|}{A}=\frac{75\times 173}{135\times 10^{-6}}=97\times 10^{6}\,\mathrm{N/m^2}=97\,\mathrm{N/mm^2}<[\sigma]=176{,}6\,\mathrm{N/mm^2}$$

***3. Kiểm tra độ bền theo công thức (2-3)(tức theo phương pháp thứ 3)***

$$k=\sqrt{\frac{c}{m_0}}=\sqrt{\frac{EA}{m_0 l}}=\sqrt{\frac{2845\times 10^{6}\times 135\times 10^{-6}}{75\times 1{,}8}}=53{,}34\ (1/\mathrm{s})$$

Vậy điều kiện bền theo phương pháp thứ 3

$$\sigma=\frac{m_0\dot{y}(T)k}{A}=\frac{75\times 5{,}82\times 53{,}34}{135\times 10^{-6}}=173\,\mathrm{N/mm^2}<[\sigma]=176{,}6\,\mathrm{N/mm^2}$$

## III. Kiểm tra điều kiện bền theo công thức

Hiện tượng va chạm xuất hiện khi có sự thay đổi đột ngột vận tốc chuyển động của vật. Để tính ứng suất, chuyển vị trong hệ khi chịu tải trọng va chạm một cách đơn giản, trong kỹ thuật người ta xem như hệ chịu một tải trọng động có trị số bằng tải trọng của vật va chạm đặt một cách tĩnh tại điểm va chạm, theo phương pháp va chạm nhân với một hệ số động $k_{d.}$

$$P_d=P_t\times k_d \tag{2-1}$$

Từ đó ta suy ra ứng suất động $\delta_d$ cũng có dạng

$$\delta_d=\delta_t\times k_d \tag{2-2}$$

Theo giáo trình sức bền vật liệu ta có công thức tính hệ số $k_d$ như sau

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\left(1 + \frac{k_m Q}{P}\right) P\delta_1}} \qquad (2\text{-}3)$$

$$\delta_t = \frac{P}{A} \qquad (2\text{-}4)$$

Trong đó

P- trọng lượng của vật va chạm

Q- trọng lượng của vật bị va chạm

$k_m$- hệ số tính đổi khối lượng của hệ đàn hồi bị va chạm về điểm va chạm. Nếu bỏ qua trọng lượng bản than của hệ đàn hồi thì $k_m = 1$.

v- vận tốc tương đối trước khi va chạm

g- gia tốc trọng trường.

$\delta_1$- chuyển vị đơn vị- chuyển vị do lực bằng đơn vị đặt tại điểm va chạm theo phương va chạm, do đó trị số $P \times \delta_1 = \delta$ chuyển vị tĩnh do tải trọng va chạm đặt một cách tĩnh gây ra.

Khi không tính đến khối lượng của vật bị va chạm Q = 0 hoặc Q << P. Công thức tính hệ số động có dạng

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g.\delta}} \qquad (2\text{-}5)$$

Trong đó δ chuyển vị tĩnh do tải trọng va chạm gây ra được tính

$$\delta = \frac{Pl}{EA} \qquad (2\text{-}6)$$

Trong đó

E- mô đun đàn hồi

A- Diện tích mặt cắt ngang

Như vậy để kiểm tra điều kiện bền của dây an toàn ngoài việc kiểm tra theo 3 hướng đã nêu ở trên, ta còn có thể kiểm tra theo công thức (2-2) với $k_d$ tính theo công thức (2-5), vận tốc tương đối trước khi va chạm được xác định theo (1-4) hoặc coi dây có khối lượng không đáng kể vật nặng rơi tự do từ độ cao bằng l xuống với $v = \sqrt{2gl}$

# KẾT LUẬN

Qua việc kiểm định một số mẫu cho thấy các kết quả theo các hướng đã trình bày trên có chênh lệch nhưng không lớn. Từ đó gợi lên một điều là phương pháp nào có hiệu quả hơn và hiệu quả của các phương pháp này so với phương pháp đã được dùng để kiểm định độ bền động của dây bảo hiểm an toàn lao động trước đây. Phương pháp sau cùng xem vật rơi tự do và khi dây nhả hết độ dài đã dùng các lý thuyết va chạm của Niutơn để đưa ra tiêu chuẩn kiểm định. Muốn làm được điều này cần tiến hành hàng loạt các thí nghiệm. Lẽ tất nhiên từ các thí nghiệm có thể xác định miền giá trị của hệ số một cách chặt hơn.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Khang: Dao động kỹ thuật, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2001.
2. Đỗ Sanh: Cơ học, tập 1, tập 2, Nhà xuất bản giáo dục, 1998.
3. Nguyễn Hữu Tình, Lê Tấn Hùng, Phạm Thị Ngọc Yến, Nguyễn Thị Lan Hương: Cơ sở Matlab và Ứng dụng, Nhà xuất bản khoa học và Kỹ thuật, 1999.
4. Đỗ Sanh, Triệu Quốc Lộc, Đỗ Đăng Khoa, Nguyễn Hữu Dĩnh: Tính toán động lực học của dây bảo hiểm an toàn lao động, Tạp chí Khoa học và Công nghệ, Viện khoa học công nghệ Việt Nam, 2005